NAZIONALE VITT. EMANUELE BIBLIOTECA
12
3 K
6

Ex Bibliotheca
majori Coll. Rom.
Societ. Jesu

Digitized by Google

Digitized by Google

DE VIRIBUS CORPORUM

OPUSCULUM I.

DE GENUINO PRINCIPIO ÆQUILIBRII CORPORUM SOLIDORUM, ALIORUMQUE EFFECTUUM CUM EODEM CONNEXORUM:

AUCTORE

P. GEORGIO KRAZ, S. J.

IN CATHOLICA & ELECTORALI UNIVERSITATE INGOLSTADIENSI LINGUÆ SACRÆ, & MATHESEOS PROFESSORE.

CUM PRIVILEGIO CÆSAREO.

Ingolſtadii & Monachii ſumptibus
Joann. Franc. Xav. Grätz, Bibliopolæ Academic.
&
Thomæ Summer, Bibliopolæ Auguſtæ.
MDCCLIX.

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Digitized by Google

SERENISSIMO

AC

POTENTISSIMO

PRINCIPI

DOMINO DOMINO

MAXIMILIANO JOSEPHO

UTRIUSQUE BAVARIÆ,
ET SUPERIORIS PALATINATUS

DUCI,

COMITI PALATINO RHENI,

SACRI ROMANI IMPERII

ARCHIDAPIFERO,

ET

ELECTORI,

LANEGRAVIO LEUCHTENBERGENSI &c. &c.

PRINCIPI

AC

DOMINO CLEMENTISSIMO.

SERENISSIME
SACRI ROMANI IMPERII
ELECTOR,
AC
PRINCEPS
CLEMENTISSIME.

UT Sereniſſimo TUO *Nomini inſcribere hanc qualemcunque lucubrationem auderem, non una res fuit, quæ tantum mihi animi faceret; ſive enim lo-*

cus,

cus, unde prodit, ſive argumentum ſpectem, in quo verſatur, non Favores modo TUOS *Clementiſſimos promitti opellæ meæ ſentio, ſed etiam exigi a me quodam quaſi jure exiſtimo, ut rem non uno* TIBI *titulo debitam* TUI *etiam Nominis & inſignirem Auſpiciis, & Auctoritate, Præſidioque munirem.*

Prodit inprimis in lucem ex hac Ingolſtadienſi Academia, quam non a ſupremi modo Dominii, Tutelæ, ac Proprietatis jure, ſed a peculiari etiam, quo

 il-

illam complecteris, Favore, Cura, Amore TUAM, TIBI-*que maxime propriam dixero. Meminit illa (& ne non meminiſſe unquam poſſit, Regalis* TUA, PRINCEPS MUNIFICENTISSIME, *effecit Liberalitas*), TE, *vixdum Patriæ admotum regimini, in primis mox numeraſſe curis, ut Athenæum hoc a ſuperioris belli injuriis vindicaretur quantocyus, utque non priſtino ſolum ſtatui reſtitutas, ſed novo etiam ſplendore, novis, iisque percommodis acceſſionibus auctas ædes aca-*

de-

demicas, ipſamque bibliothecam per iteratam Munificentiam TUAM *jam ornatiſſimam videamus.*

Neque ſcientiarum exornaſſe ſedem contentus, ſcientias etiam ipſas, mirum dictu eſt, quantum iſthinc promovere ſategeris. Eo maxime Sapientiſſima Conſilia TUA, *eo decreta graviſſima, eo ſumptus etiam profuſiſſimi ſpectabant, quos non modo facultates aliæ, ſed noſtra quoque philoſophica Mu-*

nificentiæ TUÆ *æternum obſtricta, grataque debebit.*

Tantum hoc TUUM *rem literariam juvandi ſtudium illam, credo, Sapientiſſimam* TIBI *Vocem expreſſit, quam ex Ore* TUO *auditam perſæpe comperimus, nihil* TE *optare vehementius, nihil velle efficacius, quam ut in hac* TUA *Academia lucem aſpicerent publicam, remque augerent literariam quarumvis facultatum lucubrationes quamplurimæ.*

Ae-

Aequiſſimis obſecundatum votis, juſſisque obtemperatum TUIS *per hæc tempora ab aliis ſæpius fuit. Conatus & ego ſum aliquid, ac Matheſi opitulante, quam aliquot ab hinc annis* TUA *in Academia trado, in Philoſophiæ emolumentum opuſculum hocce primum de viribus corporum genuinum æquilibrii corporum ſolidorum principium complectens conſcripſi, quod vel eo ſolo titulo Clementiſſimis ſeſe Manibus inſinuare non reformidat; quod ſcilicet Philoſophiam æque,*

ac

Digitized by Google

ac Matheſin, nempe ſcientiam utramque TIBI *ut minime olim peregrinam, ita caram etiamnum æſtimatamque ſapiat.*

Novimus enim, PRINCEPS SAPIENTISSIME, *quantum olim operæ, ac ſtudii pulcherrimæ huic ſcientiæ impenderis. Meminimus, neque ulla, opinor, poſteritas laudem illam tacebit, quam adeptus es tum, cum Francofurti ad Mœnum in illo tunc veluti Europæ Theatro, publicaque Imperii luce in Magnorum Principum, nobiliſſimo-*

morumque totius Europæ Legaorum conſeſſu de Mathematicis æque, ac Philoſophicis rebus diſceptares ſolidiſsime, atque utriusque diſciplinæ placitæ fortiſsime propugnares; audiente, maximo ſuo in illorum temporum calamitate ſolatio, ſummoque probante judicio PARENTE TUO AUGUSTISSIMO.

P*atere igitur* PRINCEPS CLEMENTISSIME, *idemque literarum juxta, ac literatorum Amatiſsime, ut lucem,*

quam

quam ab auctore non poterat, TUA A SERENITATE *mutuetur Opuſculum*, & , *ſi non ſuis*, TUIS *certe Splendoribus elucescat. Hac fretus ſpe* TUIS *ſeſe pedibus profundiſſima, qua par eſt, veneratione adſternit, hocque ipsum*

SERENITATI TUÆ
CLEMENTISSIMÆ

Humillimus
GEORGIUS KRAZ, Soc. Jeſu
D. D. D.

PRÆFATIO.

Quantus ab uno & altero ſæculo Philoſophiæ ſplendor acceſſerit, quot reconditi antea naturæ theſauri apertam in lucem fuerint protracti, quot veritates antiquiori ævo incognitæ circa ipſas effectuum naturalium cauſas detectæ, cuique hodiernam Philoſophiam cum antiquiore comparanti per ſe ſatis ſuperque perſpicuum erit, quantumvis omnis quoque retro ætas non minus ab ingeniorum perſpicacia, quam a ſolertia in rimandis naturæ arcanis peræque commendari mereatur, dum privatis non minus, quam collatis etiam ſtudiis, nec levibus circa quæſtiones dubias concertationibus, auditis & ponderatis utrinque argumentis, in rei veritatem indagarunt. Quod ſi autem in cauſam diverſi

adeo

adeo ſtudiorum ſucceſſus indagare quis voluerit, eam haud ægre inveniet, ſi ad ipſa tempora, quibus majus lumen perſcrutandis naturæ arcanis affulgere cæpit, regrediatur; dum nempe ab eo ipſo tempore, quo Matheſis magis coli cæpta eſt, nova ſimul etiam lux Philoſophiæ exoriebatur, illa nimirum huic facem præferente, cujus beneficio luminis tenebræ illæ, quibus pleraque remota perinde, ac propingua adhuc erant involuta, jam non ſenſim decreſcebant. quam confuſam enim, ut de remotis ordiamur, antiquior illa Philoſophia, nec levibus etiam erroribus implicitam de corporibus cæleſtibus, eorum motu, diſtantia, magnitudine, ac lumine notitiam nobis traderet, niſi primi Aſtronomiæ inſtauratores Tycho, Copernicus, Ricciolus Planetarum orbes antiquis nimium implicitos evolve-

volve-

volvere cæpiſſent, aliique deinceps eam nobis cæli faciem explicaſſent, qualem hodiedum admiramur, eo ſimul motuum ordine ac harmonia, ad quam illa Pythagoræ jam penitus conticeſcit? adhucdum ſibi natura a vacuo metueret, niſi ex hydroſtaticæ principiis eadem ab illo metu liberata fuiſſet, ex quibus iisdem etiam ignis a concavo lunæ iterum ad terram fuit reductus, ſuaque elementis gravitas reddita. Sed nec ultra ſenſum vulgi de ſenſuum objectis ſaperemus, uti de ſono & lumine, niſi Mechanica circa motum corporum, ejusdem communicationem & propagationem, dioptrica vero & Catoptrica circa refractionem & reflexionem luminis ea media ſubminiſtraſſet, quibus primo objectorum iſtorum proprietates & effectus penitius conſiderare, ac dein felicius in horum cauſas inquirere licuiſſet: ac demum,

mum, ut alia præteream, quam varia motuum phænomena, ordinatiſſimasque horum leges Mehanica propoſuit, quibus ad ipſa virium penetralia tramite jam magis pervio dirigamur, adeo, ut, licet aliqua virium principia nobis adhuc ſint recondita, plurium tamen circa motum effectuum, quorum cauſas olim aut omnino ignorabant, aut incongruas aſtruebant, non modo indubia jam ratio reddi poſſit, ſed etiam non exigua ſpes ſit ad ea ipſa virium principia, quæ adhuc deſiderantur, penetrandi? Quin eousque Matheſis ad rerum Phyſicarum cognitionem conducit, ut, ſi quo modo ſit quæſtio aliqua phyſica, ut plures ſunt, quæ ad illius placita reduci poſſit, ea ipſa varia media ſuggerat, quibus aut inventa jam veritas omni dubio eximatur, aut eruatur quæſita, aut denique, ſi altius recondita ſit, variiſque circa eam

opinio-

opinionibus in diverſa trahamur, quænam harum deviet, haut ægre diſcernamus; ut proin mirum non ſit non illos tantum, quos inſignes Philoſophos currente hoc ac præterrito ſæculo ſuſpeximus, inſignes quoque fuiſſe Mathematicos, quos inter Gaſcendus, Carteſius, Magnanus, Fabri, Nevvtonus, Ptolomæi præclara nomina, ut alios ſilentio prætercam, quorum plurimi in regiis ſcientiarum ſocietatibus floruere, ſed primos etiam Philoſophiæ Magiſtros, uti Thaletem Mileſium & Pythagoram ſcriptis ſuis, quæ ad nos pervenere, quantum Matheſi tribuerint, adhuc teſtari, quin adeo rigide a Philoſophiæ Canditatis Matheſin requiſiviſſe, ut Plato ne quidem quemquam admitteret, niſi Geometriæ jam peritum, præfixo etiam foribus programmate: ὐδεὶς ἀγεομέτρητος εἰσίτω, nullus Geometriæ expers ingrediatur, Xenocrates vero illum, qui

)( )(Ma-

Matheſeos præſidio deſtitutus eſſet, ignobili opificio, quam Philoſophiæ aptiorem cenſeret. Sed nec ipſe Ariſtoteles a Magiſtro ſuo alienus fuit, dum in abſolutiſſimo illo ſuo Organo adeo ſcientiæ hujus methodo uſus eſt, demonſtrationesque ſuas Mathematicis finibus circumſcripſit, ut non tam Philoſophus, quam ſeverus Geometra videretur, eoque ipſo etiam in opere illo omnia tanta ſoliditate cohærerent.

Eſto autem illos ipſos quoque, quos in Matheſeos & Philoſophiæ ſcientia inſignes prædicavi, in effectuum phiſicorum explicatione non raro circa ipſa principia deviaſſe, defectus tamen iſte, qualiscunque ſit, tam parum in ipſam Matheſin refundi, quam parum aſcia dici poterit minus apta ad findendum lignum ex eo, quod ſubin ictus fallat, quanquam etiam eosdem, dum ex genuinorum principiorum defectu ad

alie-

aliena vel dubia confugere ſunt coacti, iſta non ſemper pro certis ac manifeſtis, ſed duntaxat inſtar hypotheſis adhibuiſſe conſtet, vel, ſi ſecus factum fuerit, utique etiam limitatam intellectus humani aciem aliqua, præſertim, ſi præconceptæ opinioni affectus mentis acceſſerit, effugiunt, quibus non obſervatis, quid mirum, ſi, quod falſum eſt, veri ſpeciem præſeferat?

Quare cum plura adhuc hujusmodi principia, quibus nil tuto ſuperſtrui poteſt, in hodierna quoque Philoſophia ut ut cultiſſima ſuperſint, quæ tamen ipſa ſuis patronis eadem tuentibus deſtituta minime ſunt, donec vel horum infirmitas manifeſta appareat, vel genuina pro ipſis ſubſtituantur, in ejusdem Philoſophiæ commodum ipſe quoque explorare volui, num ſe pandat via quædam, qua ſaltem ad aliqua horum acceſſus detur, ex quibus ea

perquirenda, quæ circa motum, & quietem corporum controvertuntur, & primo quidem loco principium æquilibrii corporum ſolidorum, aliornmque effectuum cum eodem connexorum mihi propoſui, eo præcipue ex capite, quod circa hoc ipſum opiniones quam maxime varient, quin tamen ulla harum intellectui ita ſatisfacere videatur, ut ſaltem in dubium vocari non poſſet, quamvis de cætero eædem licet diverſis ex ſuppoſitis conceptæ ad plura problemata, uti circa determinationem centri gravitatis tam ſingularium corporum, quam etiam plurium invicem junctorum, aut circa ſtatuendam quantitatem præponderationis &c. ſolvenda peræque ſerviant, non ſecus, ac ſi vera omnino, & propria ratione niterentur, quatenus ſcilicet earundem auctores ab ipſo æquilibrio corporum circa commune cen-

trum

trum gravitatis, ipſam quoque virium æqualitatem metiebantur, quibus corpora circa idem adverſus ſe mutuo niterentur, ita, ut, cum ab ipſa obſervatione habeatur, æquilibrium iſtud, ſi pondera eorumque diſtantiæ a dato puncto intermedio reciprocent, circa hoc idem dari, in ea autem reciprocatione facta ex quovis pondere in ſuam diſtantiam æqualia ſint, quantitatem virium corporum circa fulcrum quoddam intermedium ſibi mutuo obnitentium rite quidem per hujusmodi facta æſtimarent, utut in aſſignanda ratione, vel cauſa, per quam corpora a loco, dum circa illum in æquilibrio conſiſtunt, memoratam diſtantiarum relationem habeant, vel viciſſim, neutiquam convenirent.

His itaque rite penſatis, ac diſcuſſis, prout in ſecunda hujus opuſculi Sectione proponam, cum ge-

genuinam æquilibrii, ac univerſalem, ut ita loquar, effectuum cum eodem connexorum cauſam necdum in lucem productam haud immerito cenſerem, nec vana tamen ſpes Matheſi duce, ac comite veram deprehendendi affulgeret, non abs re me facturum arbitratus ſum, ſi ad eandem inveſtigandam animum adjicerem, ut per hanc, licet inventa iis, quæ in hac materia Phyſico-Mathematica hucusque determinata jam ſunt, nil adderet, aut demeret, eorum tamen vera, ac propria ratio ſuppeditaretur. Quod proin æquilibrii principium poſtquam varias primo quidem tentavi vias, donec in eam ſemitam deductus ſum, qua recta, ut non ambigo, in illud ferebar, in lucem productum, ac præſenti hoc opuſculo propoſitum, num genuinum, nullaque ex parte deficiens ſit, eruditi Lectoris judicio deciden-

dendum relinquo , dum porro ad alias quoque controverſas de viribus corporum quæſtiones peculiaribus rurſus opuſculis Deo dante, & quantum per proprias vires, aliasque occupationes licebit, diſcutiendas me convertam.

FA-

Facultas R^di P. Provincialis Societatis JEſu in Provincia Germaniæ Superioris, Cum Privilegio Cæſareo.

CUm D. Franc. Xav. Crätz, Bibliopola Ingolſtadienſis, & D. Thomas Summer Bibliopolæ Auguſtanus typis vulgare deſiderent librum, cui titulus: *De Viribus Corporum &c.*, Authore P. Georgio Kratz, ejusdem Societatis Sacerdote, Ego Georgius Hermann, Societatis JEſu per Germaniam ſuperiorem præpoſitus Provincialis, poteſtate ad id mihi facta ab Adm. R. P. N. Laurentio Ricci, Univerſæ Societatis JEſu præpoſito Generali, Eisdem ad hanc Editionem facultatem impertio, ſimulque communico Privilegium Cæſareum, quo aliis Bibliopolis, atque typographis interdicitur, ne librum hunc citra conſenſum Superiorum recudere, aut intra fines S. R. I. inferre præſumant. In rei fidem has eis manu propria ſubſcriptas, & conſueto officii mei Sigillo munitas dedi.

Ingolſtadii 7. Martii 1759.

(L.S.)

Georgius Hermann.

DE

DE PRINCIPIO ÆQUILIBRII SOLIDORUM.

Sectio Prima.

OBSERVATIONES.

§. 1.

OBSERVATIO I. Si duæ regulæ, una inferior flexilis, & per ſuam extenſionem æqualiter elaſtica *a.e. b.i.*, altera vero A. E. H. I. priori ſuperimpoſita firmior, ut nimirum flexioni per propriam ſuam gravitatem minus ſit obnoxia, ultra menſæ P., cujus ſuperficies ſit horizonti parallela, marginem eousque promoveantur, donec inferior *a. i.* vi ſuæ gravitatis incipiat a ſuperiore A. I. non nihil declinare, ſeu flecti, & dein, poſtquam ſimul ambœ in menſa ex.gr. ope forcipis cochlearis O fuerint firmatæ, appendatur pondus M, in *a.* ita, *Fig. 1. Tab. I.*

ut, dum pro actuali flexionis ſtatu demiſſo perpendiculo A *a*, notatur diſtantia a margine menſæ I., id totum intervallum A I. dividatur in octo ex. gr. partes æquales, uti A B. BC. CD. &c., pars regulæ *e i*. per omnes ſuas minores partes *ef. fg. g h. hi.* magis flectetur, quam ſi pondere M. amoto aliud ejus duplum ſit applicatum in *e.*, nempe ad diſtantiam E I. a margine menſæ viciſſim duplo minorem, quam ſit AI.; & ſimiliter ſecundo ab hoc pondere pars regulæ *gi*. per *g h.* & *hi.* magis curvabitur, quam ab alio pondere pariter ejusdem duplo, ac applicato in *g.*; denique etiam ultima pars *h i.* magis detorquebitur ab iſto pondere, quam ſi eo ex *g.* ablato ſubſtituatur ejusdem duplum in *h.*, quatenus ſcilicet in primo caſu omnia inter regulam horizontalem A I., & flexam *a i.* intervalla E*e*. F*f*. G*g*. H*h*. majora erunt, quam in ſecundo, in ſecundo vero G *g.* & H *h.* pariter majora, quam in tertio, & in hoc denique intervallum H *h.* denuo majus, quam in quarto caſu; viciſſim autem quælibet pars regulæ, cujus unum extremum eſt in loco, ubi pondus eſt applicatum, inter lineas, quarum quæque ex horizontali A I. perpendiculariter demiſſa ab altera æqualiter diſtat, comprehenſa,

qua-

quales ex. gr. forent *a x. e f. g h. b i.*, minus curvatur a pondere minore, quam majore, uti a pondere M. applicato in *a.* pars *a x.* minus, quam ab ejusdem duplo applicato in *e.* pars *e f.*, aut illius quadruplo appenſo in *g.* pars *g h.* &c.

§. 2. *SCHOLION. Hæc autem flexionis phænomena, ut, quantum licet, determinarem, adhibui regulam ligneam abjegnam probe exſiccatam, cujus lateribus fere ipſæ ejus fibræ ad ſenſum æqualiter denſæ parallelæ erant, ejusdem vero regulæ longitudo 3. ped. paris., latitudo 7½. lin., craſſities 2½. lin., eaque ultra marginem menſæ non niſi eouſque protenſa erat, ut, dum actu flectebatur a pondere M. applicato in a. intervallum A I. eſſet 212. lin., ſeu 1. ped., 5. poll., 8. lin. Licet autem hujus regulæ partes elaſticæ lentius ſeſe a flexione in ſtatum integrum reſtituerint, quam eveniſſet in chalybea, illa tamen duplici ex capite aptior mihi videbatur quoad præſentem effectum, tum quod ea, dum eouſque ultra marginem menſæ protenſa erat, ut eo ſenſibilius flexionis diſcrimen pro diverſa ponderum diverſis in locis applicatorum ratione capi poſſet, vi gravitatis propriæ multo minus flecteretur, quam chalybea, tum etiam, quod cenſerem, chalybeam a fabro non æque per omnes partes æqualiter elaſticam reddi poſſe, ac in iſta, quam adhibui, lignea deprehenderim.* *Fig. I. Tab. I.*

Quamquam nihilominus diſcrimen flexionis in expoſita obſervatione adhuc ſatis ſeſe proderet, etſi elater non adeo æqualiter per regulam diſpoſitus foret, eo ipſo, quod tamen diverſa diverſis in locis applicata pondera in eaſdem regulæ partes inter marginem menſæ, & ipſa pondera interceptas agerent, ac per tempus non longum, quo obſervationes iſtæ continuatæ durabant, etiam elater hujusmodi regulæ parum mutetur, dum præterea a pluribus annis, quibus mihi ad alios quoque uſus erat, ſatis quoque, ut ſupra innui, erat exſiccata. Equidem etiam iſta regula, dum a pondere libera erat, propria non nihil gravitate flexa a ſuperiori horizontali ad extremitatem A. paulum ultra dimidiam lineam diſtabat, in medio autem E. perexiguum erat intervallum; dum vero, poſtquam per aliquod tempus pondus M. ex eadem in a. *erat pendulum, eandem a pondere liberavi, initio ſeſe eousque reſtituit, ut intervallum A* a. *adhuc fuerit duarum fere linearum,* E e. *vero vix quartæ partis unius lineæ; unde deinceps hunc ipſum defectum, eoquod conſtans, nempe repetitis vicibus idem fuerit, in dimenſione intervallorum dependenter a gravitate ponderum ſubduxi, qua correctione facta intervalla, ubi pondus M. applicatum in* a. *fuit* 24. *unc., pondus in* e. 1. *libr.* 16. *unc., in* g. 3. *libr., in* h. 6. *libr., juxta ſequentem tabulam ſeſe habebant.*

M in a.

	M in a. [illegible]. 2	*M in* e. 4	*M in* g. 8	*M in* h.
	lin.	*lin.*	*lin.*	*lin.*
inter *H* h.	$0.\frac{99}{100}$.	0.98.	0.96.	0.92.
G g.	3. 39.	3. 09.	2. 79.	
valla F f.	6. 51.	5. 78.		
E e.	10. 51.	8. 75.		
A a.	32. 52.			

ut vero etiam intervallum H h., *quod per ſe non magnum erat, adeoque & ipſum diſcrimen relate ad hæc pondera ſuis in locis ſucceſſive applicata valde exiguum, exacte, quantum licuit, determinarem, immiſi ibidem inter utramque regulam tenuem cuneum, cujus proin ope hoc ipſum diſcrimen ſatis, quantum ad rem præſentem requirebatur, ſeſe prodidit.*

Quod porro etiam pars regulæ a x. *minus curvetur a pondere M in* a., *quam ab ejusdem duplo appenſo in* e. *pars* e f., *id ſatis colligere licet ex eo, quod, ſi regulæ flexæ ad* a *&* x. *applicetur alia rectilinea, eadem pars* a x. *jam aliquantum convexa appareat, magis vero pars* e f., *ſi ſimiliter ejus convexitas per regulam directam ad* e *&* f. *applicatam exploretur, quod diſcrimen utrinque adhuc magis ſeſe prodit, ſi recta tangat regulæ flexæ ſuperficiem convexam in* x., *ac dein porro ſuperficiem convexam in* f, *tunc enim in primo caſu inter tangentem, & ſuperficiem ſuperiorem regulæ flexæ in* a. *jam ſenſibilius intervallum relinquitur, majus autem itidem in* e,

ſi regulá duplo pondere urgeatur in e. , *ac ſic deinceps quoad reliquas partes* gh., hi., *prout etiam quamlibet harum a pondere majori ex. gr. in* g *vel* h. *appenſo magis flecti neceſſe eſt, quemadmodum inferius* §. 75. *videbimus. Quod ſi vero majores partes accipiantur, hoc ipſum diſcrimen, ut par eſt, adhuc magis ſenſibile redditur, uti ex. gr. pars* a c. *jam perquam notabiliter minus flectitur a pondere appenſo in* a, *quam pars* e g. *a pondere illius duplo appenſo in* e.

Fig. 1. *Tab. I.* §. 3. OBSERVATIO II. Regula *a i.* per aliquod ſpatium incipiendo a termino I *i.* verſus pondus magis flectitur a pondere applicato in *e*, minus vero per reliquum ſpatium uſque ad ipſum pondus, quam ab alio applicato in *a*, licet id ad pondus in *e.* minorem habeat rationem, quam diſtantiarum ab I. reciprocam, ſeu minorem, quam habeat E I. ad A I., quia nimirum in primo caſu, dependenter a pondere in *e.* intervallum ex. gr. H *h.* majus erit, quam in ſecundo, ſeu dependenter a pondere in *a.* (modo id ad alterum pondus non omnino proxime ſit in ratione diſtantiarum reciproca) quod fieri non poſſet, ſi regula per totum ſpatium *b i.* æqualiter, vel magis flecteretur a pondere applicato in *a*, quam a pondere in *e.*. ſecundo

autem,

autem, ſi ex. gr. A I. habuerit ad E I. rationem duplam, pondus in *e* vero ad pondus in *a* majorem, differentia intervallorum F*f*, & E *e* major erit dependenter a pondere in *a*, quam a pondere in *e*, modo pondus in *a* reſpective non ſit omnino exiguum, quod itidem fieri nequiret, ſi, dum ex.gr. intervallum H*b*. eſt minus relate ad pondus in *a*, non viciſſim deinceps in ſpatio intermedio ab *b* uſque ad *e* regula magis flecteretur a pondere in *a*, quam ab altero in *e*.

Dein porro, ſi pondus in *a* ſucceſſive augeatur, regula *ai* ipſa magis quidem flectitur, ſed ita, ut, ſi hujusmodi pondus non penitus ſit in ratione diſtantiarum reciproca cum pondere in *e*, ſed adhuc in minori, eadem regula ſemper quidem per aliquod ſpatium incipiendo a termino I*i* minus flectatur, quam a pondere in *e*, ita tamen, ut quo majus fuerit pondus in *a*, modo necdum accedat ad rationem diſtantiarum reciprocam relate ad pondus in *e*, eo fere brevius illud regulæ ſpatium, per quod minus flectitur, evadat, quatenus nimirum, dum intervallum H*b*, licet pars regulæ *bi* ſit 26½. lin. „proxime reſpondet ponderibus in *a* applicatis nempe minori minus, & majori majus (ut inferius §. 186. n. 5. id ex ipſa rei cauſa

 oſten-

oſtendemus), id ipſum tamen intervallum H *b* reſpectu ponderis in *e* majus eſt, quam reſpectu cujuscunque illorum in *a*, modo unum iſtorum non jam valde propingue accedat ad rationem diſtantiarum ab I reciprocam cum pondere *e*. ex quo proin neceſſario ſequitur, quod, dum intervallum H *h* reſpectu ponderis in *e* majus eſt, quam reſpectu reliquorum in *a*, regula quidem per aliquam partem incipiendo ab I *i* ab iſtis minus flectatur, quam a pondere in *e*, ita tamen, ut, cum idem intervallum H *h* majus ſit dependenter a pondere majori in *a*, quam ab alio ibidem, pariter a graviori pondere regula per minorem tractum minus curvetur, quam a leviori applicato in *a* relate ad pondus applicatum in *e*.

Fig. 1. Tab. I. §. 4. *SCHOLION. In hoc experimento adhibui denuo in* e *pondus* 48. *unc.*, *ſeu* 1. *libr.* 16. *unc.*, *in* a *vero primo* 24. *unc.*, *dein autem ibidem primo pondus* 23¾. *unc. ſecundo* 22¼. *unc.*, *tertio* 21⅛. *unc. quarto denique* 19¾. *unc. intervalla autem ipſa dependenter a diverſis ponderibus mox memoratis*, *&* *in* a *applicatis erant ſequentia.*

		23¾. *unc.*	22¼. *unc.*	21⅛. *unc.*	19¾. *unc.*
inter-	*H*h	0.$\frac{28}{100}$. *li.*	0.92. *li.*	0.88. *li.*	0.83. *lin.*
valla.	Gg	------	3.09.		
	*F*f	------	------	5.78.	
	*E*e	------	------	------	8.75.

Ut pro-

Ut proinde, dum pondus minimum in a, *nempe* 19$\frac{3}{4}$ *unc. regulam* a i *ad eam primum ab horizontali A* i *diſtantiam detorquebat in* e, *ad quam ibidem eadem detorquetur dependenter a pondere* 48. *unc. in ipſo* e *applicato, (prout videre eſt* §. 2. *ad finem in tabula ſubjecta, ubi viciſſim ab eodem minimo pondere,* 19$\frac{3}{4}$ *unc. intervallum H* h *tantum erat* 0. 83. *lin.) a pondere vero* 21$\frac{1}{8}$ *unc. regula ad eandem, ad quam, a pondere in* e, *diſtantiam jam deprimebatur in* f *&c., (prout ipſa hæc præſens, & præcedens tabula exhibet) per ſe perſpicuum ſit, regulam prope terminum I* i *minus flecti a pondere* 19$\frac{3}{4}$ *unc. in* a, *uti & a pondere* 21$\frac{1}{8}$ *unc., quam a pondere* 48. *unc. in* e, *& quidem a pondere* 19$\frac{3}{4}$ *unc. per majorem tractum incipiendo a dicto termino I, quam a pondere* 21$\frac{1}{8}$ *unc., ac ſimiliter ab hoc rurſus per majorem tractum, quam a pondere* 22$\frac{1}{4}$ *unc., atque hoc ipſo ſaltem per aliquod ſpatium eandem regulam prope ipſum terminum I minus quoque flecti a pondere* 23$\frac{3}{4}$ *unc. in* a, *quam a pondere* 48. *unc. in* e, *quantumvis hæc duo pondera proxime ſint in ratione reciproca ſuarum diſtantiarum ab I, idque etiam ex eo capite, quod, dum in* a *applicui pondus* 23. *unc., etiam ipſum intervallum H* h *dependenter ab hoc pondere adhuc notabiliter minus fuerit, nempe* 0. 96, *quam a pondere* 48. *unc. in* e, *dum nimirum vi hujus ponderis illud ipſum intervallum H* h

erat o. 98. *Quibus in obſervationibus, etſi forte alicubi unius centeſimæ partis lineæ detur exceſſus, vel defectus, id profecto rei ſubſtantiæ obeſſe nequit, quippe quam ipſa notabilis obſervationum varietas reſpectu ponderum, & diſtantiarum per ſe ſatis confirmat.*

Fig. 2. Tab. I. §. 5. OBSERVATIO III. Si eadem regula flexilis aciei priſmatis C. impoſita ſuſtineat pondera M, & N in *a*, & *e*, ita, ut tam hæc pondera, quam partes regulæ *ai*, & *ei* quoad ſuam longitudinem ſint uti in prima obſervatione §. 1. & 2., primo ambo pondera in æquilibrio conſiſtent, & dein ſecundo, ſi tendatur filum A E, ita, ut verticem regulæ curvatæ in *i* tangat, intervalla A*a*, & E*e* denuo erunt eadem, quæ in prima obſervatione, uti & diſtantiæ a fulcro, nempe A*i*, & E*i*; ut itaque partes regulæ *ai*, & *ei*, a ponderibus M, & N ſimul integræ regulæ in *a*, & *e* applicatis æque tantum flectantur, quantum, dum eadem pondera ſeorſim æqualibus regulæ partibus *ai*, & *ei* in prima obſervatione fuere applicata.

Fig. 2. Tab. I. §. 6. OBSERVATIO IV. Si in eodem ſtatu, in quo regula eſt flexa a duobus ponderibus M & N. juxta obſervationem III. §. 5., ea ipſa regula alter-

utro

utro in loco, ubi pondera ſunt applicata, ex. gr. in *e* per oppoſitum obicem, ne ea pars ſurſum elevetur, ſuſtineatur, ipſumque pondus N auferatur, regula in eodem ſitu, ut prius a duobus ponderibus, flexa perſeverabit, etſi jam a ſolo pondere M in *a* urgeatur; ad quem eundem ſitum redigeretur, ſi, dum regula retinetur in *e*, primo etiam pondus M. aufferretur, ut ipſa regula ſeſe in ſtatum naturalem reſtituat, & dein rurſus applicato pondere M in *a* eadem flecteretur.

§. 7. DEFINITIO. Vectis eſt linea, quæ concipitur inflexibilis, & gravitatis expers unico ſui puncto fulcro firmo, ſeu hypomochlio innixa, ac circa idem mobilis, ut nempe eo magis expedite, & immediate vires gravitatis corporum, quæ eidem vecti quaſi in puncto applicata ponuntur, determinari poſſint.

Diſtantiam vero ponderis ab hypomochlio dico intervallum, quod metitur linea ab hypomochlio normaliter ducta ad aliam, quæ per locum, ubi pondus vecti eſt applicatum, tranſiens cum ejusdem actionis, vel virium in brachium vectis directione congruit: ſic Fig. 5. Tab. I. in vecte angulari B C *a*, ubi pondus M in *a* ſecundum directionem ſuæ

gra-

gravitati propriam A *a* agit in brachium *a* C, ejus diſtantia ab hypomochlio C foret A C; ſi vero ex. gr. pondus D eidem brachio itidem in *a* eſſet applicatum, ſed ſecundum directionem normalem, uti *a* E, ejus diſtantia ab hypomochlio jam foret *a* C, ſeu ut ipſa longitudo brachii.

§. 8. DEFINITIO. Dicitur autem vectis primi generis, quando corpora eidem conjuncta adverſus ſe mutuo agunt circa hypomochlion in intermedio poſitum, qualis ex. gr. exhibetur in Fig. 3. Tab. I. Vectis ſecundi generis vero, in quo pondera adverſus ſe mutuo agunt circa hypomochlion extra ipſa poſitum, qualem refert Fig. 6. Tab. I.; Vectis angularis denique eſt, cujus duo brachia ex. gr. circa ipſum hypomochlyon angulum efficiunt, qui iterum primi, & ſecundi generis eſſe poteſt, uti videre eſt in Fig. 5. Tab. I. & Fig. 28. Tab. III.

§. 9. SCHOLION. Etſi quidem uſu ipſo hujusmodi vectis obtineri nequeat, qui nempe ſolummodo extenſionem in longum habeat, uti linea, ſimulque gravitatis expers ſit, nihilominus, quomodo omnia ad hunc ſimplicem vectem reducenda ſint, ut ratio æquilibrii pon-

ponderum ſtatuatur, inferius §. 192. *dabitur. Quamquam ſi virga aliqua ex. gr. ad pondera ſibi connexa exiguam gravitatis rationem habeat, ita tamen, ut par ſit ponderibus ſuſtinendis, eadem etiam inſtar vectis ſimplicis citra ſenſibile diſpendium haberi poſſit.*

De cætero, etſi vectis hujusmodi ſolidus notabili etiam gravitate prædicus ſit, peræque tamen non ſecus, ac in vecte ſimplici, loquendo de vecte primi generis proprietas æquilibrii corporum ipſi applicatorum determinari poterit; ſi nempe antequam pondera eidem jungantur, ejus brachia, vel partes hinc, & inde ultra hypomochlion prominentes jam per ſe circa idem in æquilibrio ſint, vel in hujus defectu alterutra pars levior eo pondere augeatur, per quod ambæ dein ad ipſum æquilibrium reducantur; tunc enim, cum gravitas vectis viribus aliorum corporum ipſi apperſorum, & eo mediante circa hypomochlion adverſus ſe mutuo agentium nil addat, aut demat, eadem ſe non aliter habebunt, acſi vecti ſimplici eſſent conjuncta. Si vero ejuscemodi vectis ſolidus eſſet ſecundi generis, tunc utique ejusdem quoque gravitas computari debet, id quod, licet de ſufficienti æquilibrii principio hactenus non conſtaret, nihilominus rite fuit obſervatum. Ut proin ſequentes obſervationes circa æquilibrium corporum vecti applicatorum extra dubium ſint poſitæ.

De-

Denique licet equidem æquilibrium ponderum ſtricte, & phyſice ad ſtateram, & libram pertineat, vectis autem ad levanda, & movenda quacunque ratione corpora adhibeatur, nihilominus, cum quantitas virium, quibus corpora mediantibus hujusmodi (uti nempe ſunt libra, ſtatera &c.) & aliis machinis agunt, ultimato a vecte, prout in Mechanica conſideratur, peti debeat, quippe in quibus machinis ratio actionis mutuæ corporum eadem eſt, quæ in vecte, etiam ipſum æquilibrium corporum ſolidorum convenientius per hanc rationem univerſalem vectis expenditur, unde dein ſemper, quas vires corpora per ejusmodi machinas adverſus ſe mutuo exerceant, determinari poterit.

Fig. 3. Tab. I. §. 10. OBSERVATIO V. Si duo pondera M & N. vecti primi generis applicata in A, & B circa C, ubi vectis ab hypomochlion ſuſtinetur, ſint in æquilibrio, erit diſtantia ponderis M ab eodem puncto C, nimirum A C ad ponderis N diſtantiam B C ut ipſum pondus N ad pondus M, ſeu quod idem eſt, pondera, eorumque diſtantiæ a C erunt in ratione reciproca.

§. 11. Coroll. Atque hinc deductæ ſunt iſtæ proprietates. 1. Si pondera vecti applicata, eorumque diſtantiæ ab hy-

hypomochlio reciprocent, circa idem ſunt in æquilibrio. 2. Et quia porro in omni ratione reciproca quatuor termini ſimul ſunt proportionales, nempe ut primus ad ſecundum ita tertius ad quartum, adeoque factum duorum extremorum æquale facto duorum mediorum, *Eucl. l.* 6. *p.* 14. & 16. ſi pondera vecti applicata circa hypomochlion ſint in æquilibrio, ac per conſequens pondera & diſtantiæ reciprocent, factum ex quovis pondere in ſuam diſtantiam ab hypomochlio, eſt æquale facto ex altero pondere in ſuam itidem ab illo diſtantiam, id quod etiam per ipſam experientiam verificatur, quotcunque pondera vecti ſint conjuncta, ubi nimirum, ſi ſingula pondera ducantur in ſuas diſtantias ab illo vectis loco, circa quem mutuo ſunt in æquilibrio, ſumma factorum ex ſingulis ponderibus uni vectis brachio applicatis in ſuam cujusque a dato loco diſtantiam æqualis erit ſummæ factorum ex ponderibus alteri vectis brachio applicatis in ſuas itidem ab eodem loco diſtantias ductis.

§. 12. OBSERVATIO VI. Si pondera M & N circa C forent in æquilibrio, & vecti ibidem mediante funiculo per trochleam E transmiſſo junctum ſit aliud pondus D par ſummæ ponde- *Fig. 4. Tab. I.*

rum

rum M & N, etiam illud ipſum ſimul ambo pondera ſtatum æquilibrii circa C conſervantia ſuſtinebit, & viciſſim.

Fig. 5. *Tab. I.* §. 13. OBSERVATIO VII. Si vectis angularis brachium B C ex. gr. horizontale concipiatur productum, & fuerit pondus M brachio inclinato applicatum in *a*, ita, ut B C diſtantia ponderis N a fulcro C ſit ad diſtantiam A C determinatam per demiſſam ad pondus M perpendicularem A *a*, ut pondus M ad pondus N, ambo in eodem vectis ſitu in æquilibrio erunt non ſecus, ac ſi vecti directo idem pondus M eſſet applicatum in A, ubi nempe eadem ponderum & diſtantiarum a fulcro C ratio reciproca daretur. Et præterea, ſi ejusdem vectis brachio inclinato loco ponderis M itidem in *a* applicatum ſit aliud pondus D ejus rationis, ut ſit ad pondus N, prout eſt B C ad *a* C, idque pondus agat in brachium *a* C directe, ſeu directione ad ipſum brachium perpendiculari *a* E, pariter cum pondere N circa C in æquilibrio erit.

Fig. 6. *Tab. I.* §. 14. OBSERVATIO VIII. Si mediante vecte ſecundi generis circa A duo pondera D & N applicata in C & B ſibi mutuo obnitantur, fuerintque denuo

pon-

pondera in ratione diſtantiarum ab A reciproca, ſeu D ad N ut BA ad CA, eadem ſimiliter æquiponderabunt.

§. 15. OBSERVATIO IX. Si vecti ſecundi generis appenſum ſit pondus N in B, & vectis ſimul in A a ſtatera elaſtica M deſuper pendente ſuſtineatur, elater ſtateræ tantum per pondus N mediante vecte comprimitur, quantum alias comprimeretur a pondere imediate ex ipſa ſtatera pendente, quod foret ad pondus N, ut B C diſtantia ponderis N ab hypomochlio C ad diſtantiam A C, vel æquale ſummæ duorum ponderum, quorum unum eſt ipſum pondus N, alterum vero, quod vecti applicatum in C cum pondere N circa A foret in æquilibrio. *Fig.* 7. *Tab.* I.

§. 16. SCHOLION. Equidem diverſæ formæ conſtrui poſſunt ſtateræ elaſticæ, omnium tamen uſus in eo eſt, ut, dum lamina, vel filum elaſticum ex. gr. ex Chalybe diverſis ponderibus applicatis diverſimode tenditur, aut comprimitur, ex quantitate diſtenſionis, aut compreſſionis, ad quam indicandam ipſa machina eſt conſtructa, ipſa quoque quantitas ponderis exploretur, non ſecus ac in libra, aut ſtatera Romana. ea autem, quam adhibui, conſtat ex filo elaſtico b c *in aliquot ſpi-* *Fig.* 8. *Tab.* I.

ras ab invicem remotas circumducto, & incluſo thecæ cylindricæ FG inferius ad ſuſtinenda pondera unco inſtructæ, deſuper autem ad F H eousque clauſæ, ut via detur anſæ A B per medium cylindri cavi tranſeunti, & mediante lamella firmiore d e *ſibi in altera extremitate B transverſim connexa ſpirale filum, dum hoc ab ipſa theca deſuper ad F H clauſa vi appenſi ponderis D deorſum urgetur, ſuſtentanti; unde dein fit, ut, dum anſa ex I ſuſpenſa manet, deſcriptum filum thecæ incluſum per eam ipſam eo magis comprimatur, quo majus fuerit appenſum pondus D, & per conſequens etiam eo major pars anſæ ultra thecam emineat, uti eſt ejus pars A F; in qua ſi jam deſcripta ſit ſcala ſecundum numerum librarum, ea ipſa quoque quantitatem ponderis appenſi deſignat.*

Fig. 9. Tab. I. §. 17. OBSERVATIO X. Si vectis una cum appenſo in B pondere N ſimul ſuſtineatur a duabus ſtateris elaſticis, una M deſuper pendente, & vecti applicata in A, altera autem P inferius firmata in F, ipſique vecti applicata in C, elater ſtateræ elaſticæ P tantum comprimitur dependenter a pondere N mediante vecte, quantum alias directe comprimeretur a pondere ex ipſa ſtatera pendente, quod foret ad pondus N ut B A ad C A, & ſimul etiam elater ſtate-

ræ M tantum, quantum directe ab alio pondere, quod eſſet ad pondus N ut BC ad AC. ſic ex. gr. ſi pondus N eſſet unius libræ, diſtantia BA 9. dig. CA 1. dig., elater ſtateræ P tantum comprimitur, quantum a pondere 9. libr. & ſimul elater ſtateræ M tantum, quantum a pondere 10. libr.

§. 18. OBSERVATIO XI. Si ex cylindri aut trabeculæ AB, vel alterius cujuscunque corporis æqualiter in longum extenſi, & homogenei extremitate B appenſum ſimul ſit pondus M, & trabecula vi ſuæ gravitatis una cum hoc pondere in æquilibrio conſiſtat circa D, erit factum ex gravitate partis trabeculæ AD in dimidiam ejus longitudinem FD æquale ſummæ factorum ex gravitate partis BD in dimidiam ejus longitudinem ED, & ex pondere M in ejusdem diſtantiam a D, ſeu BD. *Fig.* 10. *Tab. I.*

Sectio Secunda.

OPINIONES VARIÆ CIRCA CAUSAM ÆQUILIBRII, ET RATIONUM MOMENTA PRO IIS ALLATA EXPENDUNTUR.

OPINIO ARISTOTELIS.

§. 19.

Fig. II. *Tab.* I. PRimus omnium, ut refert P. de Chales Mechan. l. 1. prop. 15., licet nonnulli de auctore dubitent, Ariſtoteles conatus eſt reddere rationem eorum, quæ per machinas fiunt, ac, quod corpus M, quod jugo libræ C eſt vicinius, cæteris paribus majus patiatur decrementum virium, eam affert rationem, quod, ſcilicet, dum corpora M & N vi ſuæ gravitatis via recta tenderent verſus centrum terræ, in libra, ſiquidem moveantur, ab hac rectitudine devient, nimirum eundo per arcum circuli, & per hoc ipſum tanto plus virium deperdant, quanto minoris circuli arcum deſcribere coguntur, uti accideret in corpore M relate ad corpus N, eoquod hoc modo corpus M magis a prima gravitatis directione recederet, quam corpus N.

juxta

juxta quam proin rationem, ſi corpus M tanto viciſſim majoris fuerit ponderis, quam corpus N, quanto minus a jugo C diſtat, ambo ſimul in æquilibrio circa jugum conſiſtere poſſent, dum ſcilicet corpus N, quod magis diſtat, utut levius, tanto viciſſim minus ſuarum virium deperderet.

§. 20. Verum quod cauſa æquilibrii *Fig.* 11. a deſcripta deviatione peti nequeat, ex *Tab. I.* eo ſatis liquet, quod licet corpus M jugo ſeu hypomochlio vicinius minoris circuli arcum conficeret, quam corpus N, nihilominus, cum directio motus corporis in quocunque puncto arcus vel curvæ, per quam corpus movetur, vel moveretur, ſit ſecundum directionem lineæ ipſum arcum vel curvam in eodem puncto tangentis, etiam directio motus initialis corporis M foret ſecundum lineam A F arcum AH, qualem ipſum corpus deſcriberet, tangentem in A, ubi nempe idem corpus vecti eſt applicatum, corporis N vero ob eandem rationem ſecundum lineam B D tangentem arcum B E in B, & per conſequens utraque directionis linea ad vectem A B perpendicularis. *Eucl. l.* 3. *p.* 18. quare, cum, ſi ipſe vectis plano horizontis parallelus ſit, ut poni poteſt,

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

etiam directio motus initialis utriusque corporis vecti applicati ad horizontem ſit perpendicularis, & per hunc ipſum niſum ad motum, nimirum ſecundum dictam primum directionem, ambo adverſus ſe circa C mutuo mediante vecte agant, deviatio illa, quæ primum ſequeretur, ſi nempe alterutrum corpus deſcenderet per arcum deſcenſui ſuo competentem, hic quoad cauſam æquilibrii locum habere nequit, hoc ipſo, quod in eo ponderum & vectis ſitu utrumque corpus ad motum directe deorſum nitatur, adeoque neutrum aliquid ſuarum virium ratione deviationis, quippe quæ necdum datur, deperdat, adeo, ut ſecundum hanc ipſam opinionem, quantumvis pondera, eorumque diſtantiæ a C reciprocarent, ea ne quidem in æquilibrio circa C conſiſtere poſſent, quatenus ſcilicet, ſi vectis in ſitu horizontali ponatur, jam nulla daretur deviatio, ac proin nec virium diminutio.

OPINIO VARIGNONII.

Fig. 25. Tab. III. §. 21. Varignonius, ut refertur in hiſtoria Acad. Reg. Paris. ad annum 1709. æquilibrium corporum per vectem conjunctorum deducit ab æquilibrio corporum per funem junctorum hac ratione:

ne: ſi ex. gr. punctum funiculi C attraheretur ſecundum directionem D C ea vi, quæ eſſet ut *m* C, & ſimul ſecundum directionem G C ea vi, quæ eſſet ut *n* C, tunc punctum C, ſi ſecundum quantitatem & directionem harum virium moveretur, motu compoſito deſcriberet parallelogrami C *n* B *m* diagonalem C B eodem tempore, quo ſola ex. gr. vi *m* C abſolveret idem ſpatium *m* C, ita, ut viciſſim, ſi idem punctum C vel per obicem immobilem, vel per aliam vim ſecundum directionem ejusdem diagonalis B C, ſed oppoſitam & priori æqualem retineretur, jam omnis illa vis, quæ a potentiis ſecundum directiones D C & G C eſſet in punctum C ſecundum directionem C B ab obſtaculo oppoſito elideretur.

Cum porro, ſive directiones virium ſint deorſum, ſive ſurſum, quantitates virium eædem permaneant, ex præmiſſis ulterius infert, quod, ſi iisdem viribus, quibus antea ſecundum directiones D C & G C agebatur punctum C ſurſum, pariter ſecundum directiones D C & G C agatur linea inflexibilis, vel vectis D B G in D & G, etiam ejusdem punctum B, in quod cadit diagonalis C B, ſecundum hujus directionem deorſum urgeretur eadem vi, qua in priori *Fig.* 25. *Tab.III.*

B 4 caſu

caſu punctum C ſurſum, ita, ut, ſi jam vectis ſuſtentaretur obice immobili, ſeu hypomochlio in B, iſtud ſimiliter omnem illam vim, quæ a potentiis in D & G eſſet in vectem ſecundum directiones D C & G C, elideret.

Atque hoc eſt principium, ex quo Varignonius æquilibrium corporum vecti applicatorum petit, ſi pondera & diſtantiæ ab hypomochlio reciprocent. Cum enim ex. gr. vires *m* C & *n* C in punctum C etiam ſint reciproce ut ſinus angulorum *m* C B & *n* C B, quos earundem directiones D C & G C cum diagonali C B efficiunt, nimirum *m* C: *n* C = BI : BH, ſimiliter, ſi vecti D B G in D & G applicata eſſent pondera, ita, ut eorundem directiones coirent in puncto C, ſeu, quæ in vectem agerent ſecundum directiones D C & G C, ac ipſamet ſive eorum vires eſſent reciproce ut ſinus dictorum angulorum, nempe B I & B H, itidem ſecundum hanc opinionem hypomochlion in B omnem eorundem vim elideret, ac per conſequens, cum re ipſa, ſi pondera vecti applicata eorumque ab hypomochlio diſtantiæ fuerint in ratione reciproca, etiam vires ponderum ſint reciproce, ut ſinus ejuſmodi angulorum, eadem pondera viribus eo-

rum ab hypomochlio eliſis circa idem in quiete ſeu æquilibrio conſiſterent.

Quod vero re ipſa etiam, ſi pondera, quæ vecti D B G in D & G eſſent applicata, eorumque ab hypomochlio diſtantiæ D B & G B reciprocent, eorundem vires ſint ſimul reciproce ut ſinus hujusmodi angulorum, ita oſtenditur. Cum enim diſtantiæ ponderum ab hypomochlio ſint ut lineæ ab hypomochlio ad directiones gravitatis ponderum vecti applicatorum normaliter ductæ, §. 7. lineæ vero iſtæ ſint ipſi ſinus angulorum, quos eædem directiones, uti D C & G C, ſi verſus centrum terræ, quod ex. gr. nunc ſit in C, productæ concipiantur, cum linea C B per hypomochlion itidem ad centrum terræ ducta conficerent, eædem diſtantiæ neceſſario erunt, ut ſinus datorum angulorum, ſeu hic ut B H & B I, ac per conſequens, cum re ipſa directiones ponderum vecti ad ſitum horizontalem compoſito applicatorum ad centrum terræ coire poni poſſint, ſed ſub angulo duntaxat perexili, adeoque hæ ipſæ directiones pro parallelis haberi, ſimiliter etiam ipſæ partes vectis D B & G B ponderum eundem ſecundum directionem ſuæ gravitatis in D & G urgentium diſtantias ab hypomochlio in B metientur, ita, ut, *Fig. 25. Tab. III.*

dum diſtantiæ iſtæ pariter ſunt ut ſinus angulorum, quos directiones horum ponderum cum linea ab hypomochlio in B verſus terræ centrum producta ibidem efficiunt, vires ponderum peræque ſint in ratione reciproca ſinuum horum angulorum, ſi nempe ipſa quoque pondera eorumque ab hypomochlio diſtantiæ reciprocent.

Et ſane principium hoc æquilibrii corporum per vectem conjunctorum, quod petitur ab æquilibrio corporum per funem junctorum, ſua firmitate non careret, niſi ipſum fundamentum, cui innititur, aliqua ratione deficeret.

Etſi enim ex eo, quod, ſi duo pondera E & F mediante funiculo O D *m* C *n* G P ſimul oblique agant in obicem immobilem, cui ipſe funiculus in C ſit affixus, vires eorundem in hunc obicem (ſiquidem ducta B *m* parallela oppoſitæ G C, & B *n* parallela alteri D C fuerint vires ponderis E ad vires ponderis F ut *m* C ad *n* C) ſecundum directionem diagonalis parallelogrami B *m* C *n* ſint, ut hæc ipſa diagonalis B C, etſi, inquam, ex eo evinci poſſit, quod, ſi eadem pondera E & F vecti D B G circa hypomochlion in B mobili in D & G applicata in hunc ipſum ſecundum eaſdem, ut prius, directiones nitantur, etiam vires

res

res, quas mediante vecte in ipſum hypomochlion in B exercerent ſecundum directionem B C, ſint ad vires ipſorumet, ut diagonalis parallelogrami B C ad ejusdem latera *m* C & *n* C, vel, ſi angulus *m* C *n* fuerit perquam exilis, ut ſinus totius anguli *m* C *n* ad ſinum angulorum *m* C B & *n* C B reciproce acceptos, id tamen ipſum necdum immediate ſtatui poteſt, niſi jam ſimul ſupponatur, vel oſtendatur, ipſa quoque pondera E & F, prout in vectem deſcripto modo agerent, circa hypomochlion in quiete ſeu æquilibrio conſiſtere; at vero hoc ipſum, quod tamen præcipuum caput eſt, ex propoſitis principiis necdum deduci poſſe videtur. *Fig. 25. Tab. III.*

Nam, quod utriusque ponderis E & F vires omnino elidantur, ſi funiculus in C junctus ſit obici immobili, minime ſequitur, quod, utut hypomochlion vecti ſuppoſitum in B haberi poſſit inſtar obicis immobilis, etiam vires eorundem ponderum vecti in dicta ratione applicatorum ab eodem hypomochlio, vel ad idem ſimiliter elidantur; quatenus nempe in primo caſu, quo funiculus in C ad obicem fixus eſt, nulla per hunc funiculum datur communicatio virium, quibus pondera E & F adverſus ſe mutuo agant, ſed tota cujus- *Fig. 25. Tab. III.*

que

que actio abit in obicem. Unde jam mirum non eſt, quod per hunc obicem utriusque vires elidantur, quod tamen de hypomochlio neutiquam dici poteſt, ubi pondera vecti circa idem mobili applicata per hunc ipſum adverſus ſe mutuo agunt, nimirum ſibi mutuo circa hypomochlion obnitendo, ita, ut primum ab eo ipſo niſu mutuo circa hypomochlion vis, qua vectis in hypomochlion urgetur, oriatur.

Fig. 25. Tab. III. Quod porro ab æquilibrio corporum funi junctorum argumentum duci nequeat ad æquilibrium corporum per vectem conjunctorum, adhuc manifeſtius apparet ex eo, quod, ſiquidem diſcurſus Auctoris ſubſiſteret, ſimiliter, ſi loco obicis immobilis, cui funiculus O D *m* C *n* G P in C affixus ponebatur, partibus funiculi *m* C & *n* C ad ipſum angulum *m* C *n* interponatur trochlea, cujus axis, circa quem volubilis eſt, immobiliter in ſuo loco conſiſtat, omnis vis ponderum æque, ut prius, elidenda foret, dum nempe & ipſa trochlea, vel ejus axis, a quo ſuſtinetur, itidem reſpectu actionis horum ponderum obex immobilis foret, ita, ut eandem nunc vim, quam prius, in hunc obicem exercere deberent, quæ ſcilicet denuo eſſet ſecundum directionem C B, & ad vi-

res

res ponderum, ut diagonalis parallelogrami B *m* C *n* ſeu ut ipſa C B ad latera *m* C & *n* C. ubi tamen his non obſtantibus vires ponderum E & F adeo non eliduntur, ut pondus majus E deſcendat, ac alterum minus F viciſſim ab illo elevetur, eo quòd ſcilicet nunc vires ponderum per funiculum trochlea circa axin volubili duntaxat ſuſtentatum communicent, atque hoc ipſo majores vires minoribus prævaleant.

Qua eadem quoque de cauſa, ſi funiculo in C annexum ſit pondus A, quod fuerit ad pondera E & F ut diagonalis parallelogrami C B ad latera *m* C & *n* C, omnia ſub dato angulo in quiete ſeſe conſervant, eo ipſo nimirum, quod a pondere A æque tantum tendantur funiculi partes D C & C G, quantum prima, ſeu D C a pondere E, altera vero G C a pondere F, adeoque vires amborum ponderum E & F in pondere A deſinant, quin mutuo communicent, contra, quam accideret, ſi pondus A trochleæ funiculo D C G impoſitæ & per eum mobili junctum eſſet, ubi nec deſcriptum angulum conſervaret, nec pondera E & F in quiete conſiſterent, ſed ſimul denuo a majori E minus elevaretur, ut ab ipſa experientia conſtat; ut *Fig.* 25. *Tab.III.*

ita-

itaque hac via ratio æquilibrii corporum per vectem conjunctorum ab æquilibrio corporum per funiculum junctorum peti haud poſſet.

Fig. 25. *Tab.III.* §. 22. Quodſi autem æquilibrium corporum in vecte ſub reciprocatione ponderum & diſtantiarum ab hypomochlio inde inferretur, quod, ſi ex. gr. vecti D B G in D & G annexus ſit funiculus D C G, & huic in C pondus A ea ratione junctum, ut linea B C, a fulcro ad C ducta, ſit ad ipſum vectem normalis, pondere A per funiculi partes C D & C G in vectem gravitante ipſemet vectis in ſitu horizontali quieſcat, aut, ſi is per vim extrinſecam ex. gr. in G deprimatur, mox iterum ſublato impedimento ab ipſo pondere in D attrahatur, inque priſtinum ſitum reſtituatur, jam haberetur aliqua ratio diſtincta, ex qua independenter ab eo, quod per ipſam experientiam conſtet æquilibrium corporum per vectem junctorum dari, ſi pondera eorumque diſtantiæ ab hypomochlio reciprocent, hoc idem æquilibrium ſub eadem ratione reciproca inferri poſſet.

Fig. 25. *Tab.III.* Primo enim pondus A mediante funiculo D C G & vecte D B G circa B mobili a fulcro ibidem ſuſtentatum, ſi directio gravitatis tranſiens per ipſum pondus

dus etiam tranſeat per fulcrum in B, neceſſario in eadem directionis linea quieſcit, ac per conſequens, cum per hypoth. B C ſit ad vectem normalis, directio gravitatis autem normalis ad horizontem, & ambæ hæ lineæ, dum pondus quieſcit, coincidant, ipſe quoque vectis horizonti parallelus circa B conſiſtet, ita, ut; ſi per vim extrinſecam vectis in G deprimeretur, adeoque & ipſum pondus elevaretur in partem oppoſitam, hoc ipſum ſublato impedimento vectem rurſus in D per funiculi partem C D attraheret, donec iterum in priſtino ſitu quieſcat. Unde ſecundo, cum pondus in ſtatu quietis mediante funiculi parte C D ſecundum eandem directionem agat in vectem in D ea vi, quæ eſt ad ipſius ponderis gravitatem abſolutam, ut parallelogrami B*m* C*n* latus *m* C ad diagonalem B C, per partem funiculi C G vero in G ea vi, quæ itidem ad gravitatem abſolutam ponderis eſt ut *n* C ad B C, ita, ut per has ipſas vires vectis in quiete circa B conſiſtat, viciſſim autem, ſi vectis in G ſit depreſſus, vis, qua vectis a pondere urgetur in D ad vim, qua ab eodem urgetur in G, majorem rationem habeat, quam in caſu priori, ita, ut ſublato impedimento vectis in D attraheretur, ſimiliter

vectis

vectis in ſitu horizontali quieſceret, ſi vectis in D & G per vires non ab uno eodemque corpore, ſed a diverſis & ſejunctis prodeuntes ſecundum easdem directiones urgeretur, & vis in D ad vim in G eandem rationem haberet, ut in poſito caſu, quo pondus A funiculo D C G erat connexum in C, ſi vero majorem, prima alteri prævaleret: at vero hæ vires in vectem pro caſu quietis denuo, ut ſuperius in ſiſtemate Varignonii oſtenſum eſt, ſunt in ratione reciproca ſinuum B H & B I: ergo ſi ponderum vecti junctorum vel virium diſtantiæ ab hypomochlio ſint ut hujusmodi ſinus, ac pondera vel eorum vires in ratione diſtantiarum reciproca, per eadem quoque pondera vectis circa hypomochlion in quiete, ac proin & ipſamet in æquilibrio perſiſtent, ea vero ratione reciproca ſublata ipſum pariter æquilibrium tolletur.

Nihilominus licet his ſemel ſtabilitis inde porro aliæ quoque proprietates & effectus æquilibrii determinari poſſint, allata tamen ratio pro æquilibrio corporum ſub reciprocatione ponderum & diſtantiarum ab hypomochlio, vel communi gravitatis centro, ut patet, necdum attingit rationem vel cauſam propriam, per quam pondera ſub dicta reci-

ciprocatione in æquilibrio conſiſtant, ita, ut hæc demonſtratio pro memoratis determinationibus uſurpari quidem poſſit, neutiquam tamen ex ea argumentum peti, quo mediante cauſa proxima hujusmodi effectuum, circa quam præſens quæſtio verſatur, aſſignetur.

§. 23. DEFINITIO. Centrum gravitatis corporis dicitur punctum ejusdem, circa quod, ſi corpus in eodem puncto vel linea, aut plano quocunque ad ſuperficiem terræ perpendiculari, ac per id ipſum punctum tranſeunte ſuſtentetur, omnes partes corporis hinc & inde poſitæ in æquilibrio conſiſtunt.

§. 24. COROLL. Unde commune centrum gravitatis plurium corporum ininvicem connexorum eſt punctum intermedium, circa quod, ſi in eodem ſuſtententur, & ipſa ſunt in æquilibrio.

§. 25. *SCHOLION. Quoniam vero, ſi corpora in ſuo gravitatis centro ſuſtententur, eorum partes per ipſam ſuam mutuam adverſus ſe actionem circa ſuſtentaculum ſe mutuo ſuſtinent, hæ ipſæ quoque in idem ſuſtentaculum omnem ſuam, quam poſſunt, vim gravitatis exerunt, ut proin in demonſtrationibus æquilibrii corporum vecti junctorum idem ſit, ſive ponantur corpora mediante filo ex vecte*

pendula, ſive ipſa eorum gravitas immediate vecti in eodem loco, in quo filum, applicata, dum nempe pro utroque caſu in iisdem vectis locis eandem vim gravitatis exercerent.

Fig. 12. Tab. I. *Viciſſim autem, licet in ordine ad determinationem æquilibrii plurium ponderum vecti junctorum, uti M, N, O reipſa etiam perinde valeat, ſive in* z, *ſi ibi ſit centrum gravitatis duorum ponderum N & O, horum loco ſtatuatur aliud pondus utrique ſimul æquale, ac dein ulterius inter hoc & tertium pondus M quæratur centrum gravitatis* x, *ſive in* v, *ſi nempe etiam hic ſit centrum gravitatis ponderum M & N, denuo ſtatuatur pondus iſtorum ſimul gravitatem adæquans, ac iterum inter hoc & pondus O determinetur centrum gravitatis* x, *ita ſcilicet, ut pondus M circa* x *peræque in æquilibrio ſit cum duobus N & O vecti applicatis in B & C, ac cum alio pondere in* z *ambobus N & O ſimul æquali, uti etiam pondus O cum ſumma ponderum M & N applicata in* v, *ut inferius* §. 165. *oſtendetur, nihilominus ut patet, ſi quæratur ratio, ex qua oſtendatur pondera M, N & O vecti applicata in A, B, & C eſſe in æquilibrio circa* x, *quemadmodum pro ea ratione aſſumi non poteſt, quod ſcilicet etiam ſumma ponderum N & O applicata in* z *circa idem* x *in æquilibrio foret cum pondere M, niſi hujus ipſius quoque aſſumpti ſua afferatur ratio, ita æque parum pro eo, quod ſumma ponderum*

N &

N & O, vel aliud eisdem ſimul æquale in z *circa* x *in æquilibrio ſit cum pondere M in A, ratio reddi poteſt exinde, quod nempe pondera M, N & O vecti applicata in A, B, & C ſeſe circa idem* x *in æquilibrio ſuſtineant, niſi & hujus ipſius æquilibrii ratio aſſignetur.*

§. 26. AXIOMA. Si duo corpora non elaſtica viribus omnimode æqualibus adverſus ſe mutuo in oppoſitum agant, ſive id fiat per preſſionem, ſive colliſionem, neutrum alteri cedit, vel, quod idem eſt, ambo in quiete perſiſtunt.

§. 27. SCHOLION. Dixi corpora non elaſtica, nam loquendo de colliſione, ſi corpora ſint elaſtica, quemadmodum per colliſionem elater comprimitur, ita ea abſoluta per reſtitutionem elateris ab invicem iterum reſiliunt.

§. 28. LEMMA.

Si corpus ſit homogeneum, & æqualiter in longitudinem extenſum, ſeu ejusdem ubique denſitatis, & craſſitiei, **ex. gr.** ***figuræ cylindricæ, ejus centrum gravitatis eſt in medio ejusdem.***

Demonstr. Si omnes partes hinc & inde æqualiter a medio diſtantes ſint

ejusdem gravitatis, etiam omnes hinc & inde poſitæ circa medium, ſi corpus ibi ſuſtentetur, æqualibus adverſus ſe mutuo viribus agunt: ſed in corpore homogeneo, & æqualiter in longitudinem extenſo ex. gr. Cylindrico ſingulis partibus unius dimidii reſpondent in altero dimidio totidem partes æqualiter a medio diſtantes: ergo & omnes partes hinc & inde poſitæ circa medium æqualibus adverſus ſe mutuo viribus agunt, ac per conſequens circa idem ſeſe mutuo ſuſtinent, ſeu, quod idem eſt, circa medium in æquilibrio vel quiete, ſi ibi ſuſtententur, conſiſtunt §. 26., ita, ut proin ibidem ſit centrum gravitatis totius corporis §. 23.

OPINIO ARCHIMEDIS.

Fig. 13. *Tab. II.* §. 29. Archimedes Lib. 1. æquiponderantium prop. 6. principium æquilibrii pro caſu, quo pondera, eorumque diſtantiæ ab hypomochlio reciprocant, petit ex eo, quod, ſi unum pondus A vecti applicatum in E ſit ad pondus B in D ex. gr. ut 3. ad 2., & viciſſim DC ad EC in eadem ratione, ſeu ut 3. ad 2., ac porro pondus A foret diviſum in tres partes æquales, pondus B vero in duas, eædemque partes ita jungerentur

lineæ

lineæ L K, ut, dum tota L K (quæ dupla eſt ipſius D E, ejusque pars L E æqualis parti D C, ac ſimiliter pars K D æqualis parti E C) dividitur in quinque partes æquales, cuilibet hujusmodi lineæ parti in ejusdem medio etiam quælibet pars ponderum A & B applicetur, uti in T, E, C, V, X, quod, inquam, his ſuppoſitis earum omnium partium commune centrum gravitatis ſit in C, & trium partium O, P, Q, in E, reliquarum vero duarum R, S, ſimiliter in D, prout ex §. 28. rite concluditur; ac proin etiam, ſi tres partes O, P, Q ſimul eſſent conjunctæ, & vecti applicatæ in E, duæ vero R & S ſimiliter in D, peræque iſtarum omnium pro eodem quoque ſitu, centrum gravitatis commune in C permaneat, ut itaque, dum partes O, P, Q ſimul ſumptæ æquales ſunt ponderi A, & partes R, S ponderi B, ſimul idem C etiam ſit centrum gravitatis ponderum A & B, dum ipſa, eorumque diſtantiæ a C reciprocant.

Verum cum centrum gravitatis corporum invicem, ex. gr. per vectem connexorum nil aliud ſit, quam punctum, circa quod, ſi vectis ibidem ſuſtentaretur, eadem æquiponderarent §. 24., ex eo, quod partes ponderum O, P, Q, R, S vecti in T, E, C, V, X *Fig.* 13 *Tab.* II

 ap-

applicatæ circa C æquiponderarent, ſi vectis ibidem ſuſtentaretur, uti & partes O, P, Q circa E, ſi eædem ſolæ ſuſtinerentur in E, ac ſimiliter partes R & S circa D, profecto nondum ſequitur, quod, ſi partes O, P, Q, ſimul eſſent conjunctæ in E, & partes R, S in D, perinde circa C æquiponderarent, prout, dum ab invicem ſunt ſejunctæ, & vecti in T, E, C, V, X applicatæ, ſeu quod idem eſt, cum æquilibrium ponderum invicem connexorum circa datum locum vel punctum non habeatur aliunde, quam ex actione eorundem adverſus ſe mutua circa idem punctum, adeoque etiam non niſi per æqualitatem virium, quibus ſibi mutuo obnituntur, unde unde interea hæc virium æqualitas habeatur, ex eo, quod partes O, P, Q, R, S ab invicem ſejunctæ ita adverſus ſe mutuo agant circa C, ſi ibidem vectis ſuſtineatur, ut circa idem ſint in æquilibrio, neutiquam ſequitur, quod æquali etiam ratione circa C agant partes O, P, Q ut ſimul collectæ & applicatæ in E adverſus partes R & S itidem collectas & vecti applicatas in D, ac viciſſim, prout per ſe cuique perſpicuum videbitur.

§. 30. Archimedem cum aliis etiam ſequitur Wolffius, qui Elem. Mechan. Theo-

Theorem. 24. §. 144. demonſtrationem ſuam ſic adornat.

Ponamus rectam A B diviſam eſſe in C in ratione reciproca ponderum A & B. ſit ex. gr. pondus A 6. libr. pondus B 2. libr., & A C ad B C ut 1. ad 3. concipiatur recta utrinque producta in D & E, donec ſit B D æquale A C = 1., & A E æquale C B = 3, erit E C æquale C D, ſeu quodvis = 4. concipiatur porro recta E D in 8 æquales partes diviſa, quot nempe librarum ſunt pondera junctim ſumpta, & quoniam gravitas corporis non mutatur, quomodocunque varietur figura, gravitas corporum A, & B per rectam E D æqualiter diffuſa concipiatur, centris gravitatis manentibus in A, & B. Diffundetur adeo gravitas ipſius B per F D, & gravitas ipſius A per E F uniformiter, conſequenter A, & B junctim ſumpta rectam E D repræſentabunt, hujus vero centrum gravitatis commune eſt in C, §. 28.: ergo idem eſt centrum gravitatis commune ponderum A & B. *Fig.* 14. *Tab.* II.

Verum, ut ut ſpecioſa hæc ſit demonſtratio, ita, ut omnino manifeſtum ſit, diſtantias communis centri gravitatis totius lineæ C a partium D F & F E centris gravitatis B & A eſſe in ratione reciproca gravitatum ipſarum partium D F *Fig.* 14. *Tab.* II.

& F E, non tamen adhuc per eam evinci videtur idem C eſſe etiam commune centrum gravitatis aut earum ipſarum partium D F & F E ut talium, aut ſaltem centrorum gravitatis earundem B & A., Si nempe harum ipſarum gravitas in ſuo cujusque centro collecta poneretur, ac per conſequens neque, quod ibidem, nimirum in C ſit commune centrum gravitatis ponderum B & A.

Cum enim juxta ipſum Wolffium centrum gravitatis ſit, per quod corpus dividitur in duas partes æquiponderantes, ac æquiponderare juxta ipſum ſit, ſi neutra alteram moveat Elem. Mech. §. 122, adeoque commune centrum gravitatis duorum vel plurium corporum ſit, circa quod corpora hinc & inde poſita æquiponderarent, hæc autem ipſa æquiponderatio in ſuo conceptu actionem quandam involvat, qua corpora per ſuam gravitatem in dato loco, pro caſu ſcilicet, quo in eo daretur ſuſtentaculum, ſibi mutuo obnituntur, ibi commune centrum gravitatis corporum eſſe nequit, ubi in deſcripta ratione non æquiponderant, ut itaque, ſi lineæ D E, quæ gravitatem ponderum A & B æquare ponitur, partes D F & FE circa C non æquiponderent, ibi earum commune centrum gravitatis eſſe

haud

haud poſſit, ac proin, nempe vi hujus demonſtrationis, neque ponderum A & B.

Quod autem D F & F E circa C non æquiponderent, ex eo ſatis liquet, quod, dum tota linea D E ſuſtentatur in C, neutiquam tota pars F E circa C obnitatur parti D F, ſed illius ipſius duntaxat aliqua pars, nimirum C E, ita, ut adverſus hanc ipſam C E non tantum D F, ſed & altera inſuper illius pars F C nitatur, ut proin æquipondium partium D F & F E ut talium circa C, dum tota D E ſuſtentatur in C, hic ne quidem ulla ratione locum habere poſſit, ubi nempe æquipondium iſtud totum & unice eſt a partibus D C, & C E ſecundum omnia æqualibus §. 28., ac per conſequens in hac demonſtratione fundamentali, cui aliæ dein ſuperſtruuntur, æque parum totam gravitatem partis F E in ejus gravitatis centrum A coactam ſupponere liceat, pro ipſaque parte F E hoc idem ſurrogari, quippe quod in hujusmodi demonſtratione tantum valet in duobus hisce caſibus, 1°. quando grave in ſuo gravitatis centro ſuſtinetur, ubi dein utique quoad gravitationem res eodem modo ſe habet, ac ſi in illius centro gravitatis tota ejusdem gravitas collecta foret, *Fig.* 14. *Tab. II.*

eo ipſo, quod, dum partes hinc & inde poſitæ circa fulcrum in earum centro gravitatis ſeſe mutuo ſuſtinent, etiam viciſſim ipſum fulcrum totam earundem gravitatem ſuſtentat §. 25., uti ex. gr. pro tota linea DE ejus centrum gravitatis C ſubſtitui poſſet, quatenus ejus partes DC & CE circa fulcrum in C ſuppoſitum ſibi mutuo æqualiter obnituntur, ita, ut tota linea perinde in fulcrum premat, ac ſi in C tota ejus gravitas eſſet collecta, & 2°., quando unum corpus cum altero connexum vi gravitatis ſuæ ſecundum omnes partes adverſus alterum nititur, ubi nimirum rurſus ab omnibus corporis partibus eadem vis adverſus alterum corpus exercetur, quæ foret, ſi omnium illarum gravitas in ſui corporis gravitatis centro eſſet collecta, quod, quomodo fiat, inferius §. 171. & 172. Oſtendemus, qua proin ratione ſimiliter ex. gr. pro parte DC, dum circa C nititur adverſus alteram EC, ejus centrum gravitatis F, ac ſi in id tota ejusdem gravitas eſſet coacta, ſurrogari poteſt, & pariter etiam pro parte DF ejus centrum gravitatis B, minime vero pro parte FE ejus centrum gravitatis A, ubi ſcilicet non hæc tota adverſus alteram DF nititur, ſed duntaxat aliqua ejus pars, nempe CE, ita,

ut

nt altera F C inſuper huic circa C obnitatur.

Atque hinc ſatis colligitur, quod, licet re ipſa æque verum ſit, partium D F & F E centra gravitatis *B* & A, ſi in his illarum gravitas eſſet collecta, in æquilibrio fore circa C (prout ſcilicet & ipſa pondera, ſi eorum gravitates ac diſtantiæ ab æquilibrio reciprocent §. 10.), ac verum eſt partes D C & C E, dum per eas tota gravitas æqualiter diffuſa ponitur, circa C æquiponderare, neutiquam tamen adhuc ab æquilibrio partium D C & C E circa C, vel, quod idem eſt, a communi centro gravitatis totius lineæ D E arguere liceat ad commune centrum gravitatis partium D F & F E, prout earum gravitas in cujusque particulari gravitatis centro B & A collecta foret, ac per conſequens neque ad æquilibrium ponderum B & A circa C, niſi aliunde ratio afferatur, per quam dicta partium D F & F E gravitatis centra ſub primum facta hypotheſi circa C in æquilibrio conſiſterent, quemadmodum, ut §. 25. expoſuimus, pro ratione, per quam pondus duobus N & O ſimul æquale & vecti applicatum in *z* in æquilibrio conſiſtat cum pondere M circa *x*, adduci non poteſt, quod etiam pondera *Fig.* 12. *Tab. I.*

ra N & O, prout vecti applicata eſſent in B & C, ac pondus M in A ſeſe mutuo circa idem *x* ſuſtineant, niſi etiam hujus ejusdem æquilibrii ratio aſſignetur. Ut itaque, cum in præmiſſa demonſtratione, etſi ab immediata & phyſica æquilibrii cauſa abſtrahatur, hujusmodi ratio (per quam nempe centra gravitatis partium D F & F E non minus ſint in æquilibrio circa C, quam partes D C & E C, vel centra gravitatis earundem) non appareat, vi hujus demonſtrationis necdum indubitanter inferri poſſe videatur, diſtantias corporum A & B a communi ipſorum gravitatis centro eſſe in ratione reciproca gravitatis eorundem, ita, ut porro aliæ quoque concluſiones, quæ inde deducerentur, quoad veritatem ſuam haud majori firmitate gauderent.

Fig. 14. *Tab. II.* De cætero, quomodo nihilominus centra gravitatis partium D F & F E perinde, ac centra gravitatis partium D C & C E circa C tanquam commune centrum gravitatis ſeſe ſuſtineant, inferius §. 160. ac deinceps dabimus, ex eo ſcilicet, quod factum ex gravitate partis E F in diſtantiam centri gravitatis ejusdem a communi C perinde æquale ſit facto ex gravitate partis D F in diſtantiam

ſui

ſui centri gravitatis ab eodem communi C, prout factum ex gravitate partis E C in centri gravitatis ejusdem *n* diſtantiam a C æquale eſſet ſummæ factorum ex gravitate partis D F & alterius F C in diſtantiam centri gravitatis cujusque B & *m* a communi C, & hoc ipſo pro utroque caſu mediante vecte æqualitas virium circa fulcrum in C, adeoque & ipſum æquilibrium daretur non aliter, ac ſi in A & B appenſa eſſent pondera in ratione diſtantiarum a C reciproca, vel ſi præter pondus in B loco ponderis in A appenſa eſſent in *n* & *m* alia pondera, quæ ſimul gravitatem ejusdem ponderis in A æquarent, eamque inter ſe haberent rationem, quam E C & F C, ſeu quæ forent itidem in ſuarum ab A diſtantiarum ratione reciproca.

§. 31. **DEFINITIO. Vis motrix eſt illa vis, qua corpus urgetur ad motum.**

§. 32. **DEFIN. Potentia eſt quodlibet corpus relate ad aliud, quod loco ſuo movere nititur.**

§. 33. **DEFIN. Quantitas motus eſt ipſa virium quantitas, quibus corpus movetur, vel urgetur ad motum, quam proin conſtituunt vires omnium partium**

totius

totius corporis; vel quod idem eſt, quantitas motus eſt quantitas niſus, quo corpus pro data directione progredi nititur.

§. 34. DEFIN. Maſſa eſt quantitas materiæ, qua corpus conſtituitur.

§. 35. Corollarium. Hinc, cum in certa locorum vicinia eadem quantitas materiæ ejusdem etiam ſit gravitatis, ſeu æqualem niſum ad deſcenſum verſus terram exerceat, & eadem corporum diverſorum ex. gr. ligni, auri &c. ſit materia, ita, ut hæc diverſitas tantum ex alia diſpoſitione, combinatione &c. materiæ oriatur, ſi corpora ejusdem ſint gravitatis, etiam ejusdem maſſæ dicuntur, ita, ut in hisce quæſtionibus pro ſynonimis habeantur.

§. 36. DEFIN. Celeritas eſt ea motus habitudo, qua corpus intra certum tempus determinatum percurrit ſpatium. intelligitur autem hic per tempus ea temporis pars, qua motus duraſſe ponitur, per ſpatium autem linea, quam corpus inſtar puncti conſideratum deſcribere concipitur.

§. 37. Coroll. Hinc, quo major fuerit celeritas, corpus eo majus eodem tem-

tempore deſcribet ſpatium, & quo diutius durat motus, tanto majus inſuper id ſpatium evadet, ita, ut ſi tempora motus fuerint æqualia, celeritates ſint ut ſpatia; ſi vero ſpatia ſint æqualia, celeritates ſint ut tempora.

§. 38. LEMMA.

Quantitas motus corporis eſt ut factum ex maſſa in celeritatem.

Demonstr. Quantitas motus eſt ut ſumma virium ſingularum partium totius maſſæ §. 33: ſed vires ſingularum partium poſſunt eſſe vel magis vel minus intenſæ: ergo quantitas motus tanto major erit, quanto major eſt intenſio virium ſingularum partium, & per conſequens quantitas motus totius corporis eſt ut factum ex ſumma omnium partium, ſeu ex integra maſſa in intenſionem virium: at vero, prout hic ſupponere licet alio in loco, ubi de viribus vivis agam, demonſtrandum, celeritas motus eſt intenſioni virium proportionata, id quod etiam omnes facile admittunt ſaltem quoad celeritatem initialem corporum dependenter a ſola gravitate: ergo quantitas motus eſt ut factum ex maſſa in celeritatem.

§. 39. Coroll. Unde viciſſim erit celeri-

leritas corporis, ut quantitas motus diviſa per maſſam, & cum æqualis portionis maſſæ eadem quoque ſaltem in certa locorum vicinia ſit gravitas, ſeu æqualis niſus ad deſcenſum verſus terram §. 35. erunt quidem corporum diverſæ maſſæ quantitates virium ad motum initialem dependenter a ſola gravitate ut ipſæ maſſæ, celeritates tamen initiales eorum, ſi daretur motus, in eadem locorum vicinia præſcindendo a reſiſtentia medii ſemper æquales.

OPINIO P. DE CHALES.

Fig. 11. *Tab. I.* §. 40. P. de Chales L. 1. Mechan. propoſ. 17. univerſalem æquilibrii cauſam deducit ex eo, quod quævis etiam potentia exigua poſſit loco movere corpus quantumvis grave, modo potentia ita applicari poſſit corpori, ut in eo movendo producat minorem motus quantitatem, quam ipſamet habeat; uti ſi ex. gr. pondus N vecti A B applicatum in B ſit potentia, ejusque gravitas 2. libr., diſtantia B C vero a jugo C 5. ped., corpus M autem movendum ſeu elevandum 4. libr., ejusque diſtantia A C 2. ped., ideo ab N poſſet elevari M, quia, ut pondus M elevaretur, tantum requireretur quantitas motus ut 8, ubi

Digitized by Google

ubi viciſſim potentia N deſcenderet quantitate motus ut 10., quatenus ſcilicet, ſi N deſcenderet per arcum B*p*, pondus M eodem tempore duntaxat elevaretur per arcum A *o*, adeóque celeritas motus potentiæ N eſſet ad celeritatem motus corporis M, ut arcus B*p* ad arcum A *o*, §. 37., quantitas autem motus primi ad quantitatem motus ſecundi, ut factum ex pondere N in arcum B*p* ad factum ex pondere M in arcum A *o*, §. 38., ſeu (cum duo ſectores B C *p* & A C *o* ſint ſimiles: ex Taquet Elem. Eucl. l. 6. prop. 33. Coroll. 4., & per conſequens etiam ut arcus B*p* ad arcum A *o*, ita radius B C ad radium A C ibidem l. 6. def. 1.) ut factum ex pondere N in radium B C = 10. ad factum ex pondere M in radium A C = 8.; ut proin juxta hunc auctorem tunc daretur æquilibrium, ſi quantitas virium potentiæ quantitatem virium in corpore movendo producendam non excederet, ſed duntaxat æquaret.

§. 41. Atque hæc quidem admitti poſſent, ſi corpus aliquod a potentia duntaxat ad motum eſſet determinandum, & hoc neutiquam ſimul obniteretur, uti ex. gr. licet corpus ex fune pendulum tantæ ſit gravitatis, ut illud etiam utraque manu applicata directe ſurſum non

poſſem elevare, nihilominùs in latus vel digiti attractur movere potero, dum nempe in primo caſu tota vi gravitatis obni-
Fig. 11. titur, in altero autem vis, qua obnititur,
Tab. I. relate ad totam vim gravitatis eſt, ut ſinus anguli, ad quem corpus elevatum ſuſtinetur, ad radium; id quod etiam aliunde ex obſervatione conſtat: ſic, ſi ex. gr. corpus pendulum etiam ſit 200. libr. ad id elevandum per arcum 9. circiter fere eadem vis adhuc requiritur, quæ ad directe attollendum aut ſuſtentandum pondus ½ libr., cum autem corpora vecti applicata eo mediante ſibi circa hypomochlion obnitantur, plane cum allata æquilibrii ratione ipſum æquilibrium neutiquam conciliari poſſet. Cum enim ambo corpora M & N vecti in ſitu ejusdem horizontali, ut poni poteſt, in A & B applicata vi ſuæ gravitatis ad deſcenſum verſus terram nitantur, & per eum ipſum niſum mediante vecte ſibi mutuo circa C, ſi nempe vectis ibidem ſuſtentetur, directe obnitantur, cujusque autem quantitas virium ad deſcenſum verſus terram, ſeu ſecundum directionem A F & B D ſit, ut ipſa cujusque gravitas §. 35., potius in propoſita hypotheſi ſequeretur oppoſitum, quod ſcilicet non modo non poſſet a ponde-

re

re N 2. libr. elevari pondus M 4. libr., ſed, quod viciſſim pondus N, utpote quod minori virium quantitate ſeu gravitate obnititur, neceſſario elevandum foret a pondere M majorum ſcilicet virium, ita, ut ſimul ſumma quantitatum motus ad hanc actionem mutuam conſequentis par foret differentiæ quantitatum motus, quibus ſibi mutuo obnituntur, diſtributæ in utrumque corpus pro ratione celeritatis cuique competentis non ſecus, ac fit in motu corporum non elaſticorum directe ſibi mutuo occurrentium; quantumcunque dein quantitas motus, quam produceret N in M ad aſcenſum minor foret, quam quæ in N maneret reſidua ad deſcenſum, & viciſſim illa, quam M produceret in N ad aſcenſum, major ea, quæ adhuc in M ab actione ad deſcenſum reſtaret.

Sic ſi primo conſideretur corpus M ſe habere mere paſſive relate ad corpus N, ſeu præciſe ut maſſa iners ad motum determinanda, cum gravitas ſeu quantitas virium, quibus corpus N abſolute ad deſcenſum nititur, inſiſtendo ſuperiori exemplo §. 40., ſit 2. libr., & maſſa ſimiliter ut 2., deſcendere autem nequeat, niſi ſimul elevando corpus M. ita, ut, ſiquidem detur motus, celeritas aſcenſus, quæ debetur corpori M, *Fig.* 11. *Tab. I.*

çujus maſſa ut 4, ſit ad celeritatem deſcenſus debitam corporiN, ut 2. ad 5., adeoque quantitas motus primi corporis ad quantitatem motus ſecundi ut 8. ad 10 §. 38., dabitur juxta leges motus corporum non elaſticorum portio virium debita corpori M ad aſcenſum, ſi fiat, ut 18. ad 8. ita 2, ſeu tota vis gravitatis corporis N, qua utrumque corpus agitur, ad quartum terminum, nempe $\frac{16}{18}$, quæ erit ipſa portio virium corpori M ex tota vi corporis N competens, juxta quam eandem dein analogiam, dicendo ſcilicet ut 18 ad 10 ita 2 ad quartum terminum, prodibit etiam portio virium reſidua ad deſcenſum corpori N debita, nimirum $\frac{20}{18}$. Quod ſi jam viciſſim ſecundo accipiatur corpus M etiam ut agens, ſeu prout ſua quoque vi gravitatis, quæ eſt ut 4, nititur ad deſcenſum, adeoque ſimul ad elevandum corpus N, & denuo fiat ut 18 ad 8 ita 4. ad quartum terminum, ſeu $\frac{32}{18}$, erit ea ipſa reſidua quantitas virium corporis M ad deſcenſum, & porro dicendo ut 18 ad 10, ita 4, dabitur quoque $\frac{40}{18}$, ſeu portio virium ex hac actione conveniens corpori N ad deſcenſum: quare

re cum in eodem corpore N ex ipſiusmet actione vis ad deſcenſum reſidua foret ut $\frac{20}{18}$, his viribus ad motus oppoſitos ab invicem ſubductis ultimato corpus N elevaretur vi ut $\frac{20}{18}$, & ſimiliter corpus M deſcenderet vi ut $\frac{16}{18}$, quæ ipſæ utriusque corporis vires, ſi in unam ſummam colligantur, quæ eſt $\frac{36}{18} = 2.$, erit ea æqualis exceſſui virium, ſeu gravitatis corporis M ultra gravitatem corporis N, prout nempe fieri neceſſe eſt in motu corporum non elaſticorum viribus inæqualibus adverſus ſe mutuo directe agentium, ut proin a primo ad ultimum huic opinioni de ratione æquilibrii inſiſtendo, quantumcunque corpora vecti applicata eorumque diſtantiæ ab hypomochlio reciprocarent, in æquilibrio neutiquam conſiſtere poſſent, ſi non aliunde aut vires ponderis N augeantur, aut ponderis M imminuantur, aut quacunque demum alia ratione ad æqualitatem perveniant.

OPINIO COMMUNIOR RECENTIORUM.

§. 42. Atque hæc quidem Recentiores

Fig. 11. *Tab. I.* res jam advertebant, ita, ut communiter mutuam virium æqualitatem in duobus ex. gr. corporibus M & N vecti in A & B applicatis, ſiquidem circa C in æquilibrio conſiſtant, admitterent; unde autem iſta virium æqualitas pro ponderum inæqualium reciproca ab hypomochlio diſtantia petenda eſſet, id enimvero ipſum non minus intricatum, ac ipſe Nodus Gordius videbatur, ita, ut P. Daniel in ſuo tractatu de motu rationem hujus æquilibrii inexplicabilem judicarit. Hanc nihilominus plerumque ex reciprocatione ponderum & celeritatum deducunt, ſub variis tamen verborum involucris, dum interea idem cum P. de Chales reipſa ſiſtema tenent, quippe qui ipſe ex deſcripto ſuo principio §. 40. dari rationem ponderum & celeritatum reciprocam concludit, ſi nempe etiam detur ratio reciproca ponderum vecti applicatorum, & diſtantiarum eorundem ab hypomochlio.

Fig. 11. *Tab. I.* §. 43. Quantum itaque hæc ratio, quæ petitur a reciprocatione ponderum & celeritatum, in æquilibrio corporum momentum habeat, eam ſimiliter ad trutinam examinare liceat. Verum equidem eſt, quod, quotiescunque duo corpora non elaſtica adverſus ſeſe

mu-

mutuo agunt ea ratione, ut pondera & diſtantiæ in vecte vel celeritates in motu reciprocent, viribus omnimode æqualibus agant §. 11. & 38. adeoque nullum motum efficiant, ſed in quiete vel æquilibrio perſiſtant §. 26, ; at quomodo id fiat, ſi duo pondera M & N, eorumque diſtantiæ AC & BC ab hypomochlio, vel centro motus reciprocent, ac proin æquilibrium teneant §. 10., quæſtio videtur, quæ facilius verbis, quam veram rationem aſſignando expediri poſſit.

§. 44. Clar. D. Muſchenbröck Inſtit. Phyſ. §. 322. breviter hanc quæſtionem abſolvit dicendo, ideo creſceſcere momenta ponderum in libra vel vecte, ſi longius ab hypomochlio diſtent, quia ſpatia a ponderibus deſcribenda hac ratione creſcunt, unde, prout alii inferunt, pondus, quod in vecte magis diſtat ab hypomochlio, etiam magis eſt diſpoſitum ad motum, vel, quod idem eſt, ad majorem celeritatem deſcenſus, quam alterum, ſi minus diſtet, ut proin, ſi diſtantiæ & pondera reciprocent, eo ipſo etiam diſpoſitiones ad celeritatem reciprocent, ac per conſequens & ipſæ celeritates, ſi daretur motus.

Fig. 11. *Tab. I.* §. 45. Hæc itaque ſi aſſumamus, perinde etiam ſequeretur, quod, ſi ablato pondere M ibidem, nempe in A, vectis, & hoc mediante pondus N retineretur ab obice immobili, pondus N itidem magis eſſet diſpoſitum ad motum, quam pondus M, ſi viciſſim ablato pondere N ibidem in B vectis immobiliter retineretur, ita, ut, ſi tolleretur motus impedimentum, ſeu obex reſpectu corporis N, id majorem arcum circa C deſcenſu ſuo deſcriberet, nempe ex. gr. æqualem arcui BE, ubi viciſſim corpus M ſublato ſimiliter ejusdem motus impedimento deſcriberet arcum AH; ſed an quodlibet ſuum arcum eodem tempore, ſeu quod idem eſt, an pondus N tanto majori velocitate initiali, quam pondus M moveretur, quanto magis a centro motus C diſtat, alia eſt quæſtio; adeo enim id a vero abeſt, ut utrumque pondus pro inæqualibus etiam a centro C diſtantiis eadem non niſi initiali celeritate deſcenderet §. 39., & per conſequens primo, & æquali motus momento ſpatium ſimiliter æquale deſcriberet, quantumcunque dein ulterius per ſuos arcus deſcendendo æqualibus temporibus ſpatia inæqualia conficerent, ita tamen, ut integra tempora, quibus quodvis quadrantem abſolveret, neque ſint æqualia,

neque

neque in ratione radiorum, ſeu diſtantiarum BC, & AC, ſed duntaxat in ratione harum ſubduplicata, ut aliunde conſtat ex principiis de motu corporum per plana inclinata, unde eorundem motus per arcum circuli determinatur; nam præſcindendo a gravitate vectis, ut ſemper ponitur, & ſtatuendo ab initio ſitum vectis horizontalem, ſi ab obice immobili vectis retineatur in A, pondus N e vecte in B pendulum tota ſua gravitate abſoluta directe nititur ad deſcenſum verſus terram, & proin etiam eadem vi in vectem, a quo retento ſimul etiam ipſum retinetur: unde ſi jam obex ex A aufferatur, ipſum quoque pondus non amplius a motu impeditur, & per conſequens ea ipſa vi incipit deſcendere, qua antea ad deſcenſum nitebatur, ita, ut, cum eadem foret ratio circa corpus M vecti applicatum in A, utrumque corpus initio motus teneret ipſam primam gravitatis directionem, nempe BD, & AF: ergo, cum, ſi ambo corpora M, & N vecti appenſa in A, & B fuerint in æquilibrio circa C, corpus M non minus retineatur a corpore N, quam ab obice immobili applicato in B, & viciſſim N ab M, ac porro corporum cujuscunque maſſæ, ſi directe vi ſuæ gravitatis verſus terram nitantur,

celeritates initiales forent æquales §. 39., etiam in præſenti caſu, quomodocunque corpora accipiantur, & ſub quacunque a centro motus diſtantia utrinque diſpoſitiones non niſi ad æqualem celeritatem eſſe poſſunt. Quare, cum de aliis celeritatibus hic ſermo eſſe nequeat, quam iis, ex quibus æſtimantur vires corporum adverſus ſe mutuo agentium, prout nempe hic corpora vecti applicata ad deſcenſum circa C nituntur, & per eum ipſum niſum adverſus ſeſe agunt, principium, quo æqualitatem virium duorum corporum ita diſpoſitorum, quorum pondera, & diſtantiæ ab hypomochlio, vel centro motus reciprocant, hi auctores petunt a celeritatibus ipſis diſtantiis proportionalibus, ſubſiſtere nequit, niſi forte quis teneat, quod corpus M aliter ſit diſpoſitum ad motum, ſi retineatur a corpore N, quod nempe ponitur cum illo eſſe in æquilibrio circa C, quam ſi retineretur ab obice immobili applicato in B, & ſimiliter corpus N &c. quod tamen procul dubio nemo aſſeret.

Fig. 11. Tab. I. §. 46. Arguunt tamen aliqui, quod, ſi duo corpora, quorum pondera, & diſtantiæ ab hypomochlio reciprocant, exiſtant in æquilibrio, neceſſario detur

reci-

reciprocatio ponderum, & celeritatum, quotiescunque unum eorum ad deſcenſum determinetur, ita, ut, ſi ex. gr. pondus M deſcendat, pondus N tanto velocius elevaretur, quanto magis ab hypomochlio diſtat, & viciſſim, ſi impelleretur pondus N, id in eadem ratione velocius deſcenderet, quam elevaretur pondus M, adeoque etiam deſcenſus ponderis N velocior foret, quam ponderis M; unde inferunt: ergo, quemadmodum, quamdiu hujusmodi pondera per vectem ita ſunt conjuncta, pondus N velocius deſcenderet, quam M, ſic etiam, dum in æquilibrio quieſcunt, pondus N nititur ad velociorem deſcenſum quam M, & quidem in data ratione, nempe ponderum reciproca. ſed nec hic datur effugio locus; nam quod, ſi duorum corporum vecti applicatorum pondera, & diſtantiæ ab hypomochlio reciprocent, adeoque æquilibrium inter ſeſe teneant §. 10., etiam pondera, & celeritates reciprocent, ſi nempe ex. gr. vectis per impulſum ex alterutra parte A vel B ad motum determinetur, id neutiquam ex actione ponderum mutua ſequitur, ſed præciſe ex eo, quod per ipſam eorum cum vecte connexionem neutrum moveri valeat, niſi etiam celeritates unius deſcendentis,

&

& alterius aſcendentis ſint, ut ipſorum a centro motus diſtantiæ §. 40.; unde cum pro ratione ponderum & celeritatum competentium quantitas virium, quæ hic unice eſt ab impulſu, in utrumque corpus ita ſit diſtribuenda, ut cujusque ponderis, unius deſcendentis, & alterius aſcendentis ea ſit celeritas, quæ ejus eſt ab hypomochlio diſtantia, utique, ſi pondera ſint in ratione diſtantiarum a centro motus reciproca, in eo motu pondera quoque & celeritates reciprocabunt: ut proin, cum in tali motu celeritates ſemper ſint, ut diſtantiæ, quæcunque fuerit ponderum ratio ad invicem, ita, ut, ſi ex.gr. pondus M prævaleat ſua gravitate, celeritas deſcenſus ponderis M ad celeritatem aſcenſus ponderis N ſimiliter ſe habeat in ratione diſtantiarum ab hypomochlio, non minus per accidens ſe habeat, quod pondera & celeritates reciprocent, nempe unum deſcendendo, alterum vero aſcendendo, quam per accidens eſt, quod pondera ſint in ratione diſtantiarum reciproca, quin exinde ullatenus inferri poſſit, quod, dum ambo corpora ſimul adverſus ſe ipſa mutuo agunt, pondus N diſpoſitionem habeat ad deſcenſum majoris velocitatis, quam pondus M, nempe pro ratione diſtantiarum a centro, & per hoc

ipſum, ſiquidem pondera, eorumque diſtantiæ reciprocent, æquilibrium circa C tueantur, adeo, ut, ſi principium æquilibrii non aliunde haberetur, quam ab iſta ponderum & celeritatum reciprocatione, pondera, quantumvis forent in ratione ſuarum diſtantiarum ab hypomochlio reciproca, nequidem in æquilibrio ſubſiſtere poſſent, ſed ſemper, prout pondera in hac hypotheſi vecti applicata adverſus ſe mutuo agunt, pondus illud, quod levius foret, neceſſario a graviore elevaretur, prout idem ſupra jam oſtendi §. 41.

§. 47. Atque hinc etiam ruit alterum fundamentum illorum, qui aſſerunt, quod eo ipſo, ſi daretur motus ex mutua actione hujusmodi corporum, quorum gravitates & diſtantiæ reciprocant, etiam daretur ponderum & celeritatum ratio reciproca, adeoque corpus, quod deſcenderet, æque tantam vim deberet producere in corpore elevando, quanta eſt illa, qua ipſumet ad deſcenſum urgetur, quod proin, cum fieri nequiret, hanc ipſam ob cauſam juxta ipſos corpora in quiete & æquilibrio permanent; quæ æſtimatio virium, quam non æqua ſit, ex allato exemplo §. 41. ſatis patet; ubi etiam pondus M, licet ad pondus *Fig. II. Tab. I.*

N mi-

N minorem habeat rationem, quam diſtantiarum a centro motus C reciprocam, neutiquam tamen ſuam totam vim deberet conſumere in elevando N, utut obnitente, ac proin nec æque tantam in eo producere, quanta eſt ea, qua ipſummet abſolute & ſecundum ſe ad deſcenſum agitur, itaque, ut etiam a fortiori poſſet dari motus, & quidem inſuper cum ratione reciproca ponderum & celeritatum §. 46., ſi nimirum pondus M ad N rationem quoque diſtantiarum ab hypomochlio reciprocam haberet.

Fig. 11. Tab. I. §. 48. Alii denique, ut æquilibrium corporum per vectem, vel quacunque ratione connexorum circa datum punctum ex reciprocatione ponderum & celeritatum tueantur, diſcrimen faciendum eſſe cenſent inter vires corporum abſolutas & reſpectivas ad eum modum, quo vires, quibus corpora per planum inclinatum vel deſcendunt, vel ad deſcenſum nituntur, etiam reſpectivæ appellantur, nempe relate ad abſolutas, ſeu eas, quibus eadem corpora vel directe deſcendunt, vel ad eum deſcenſum nituntur, ita, ut, quemadmodum hæ vires reſpectivæ ad deſcenſum per planum inclinatum ſemper minores ſunt viribus ad deſcenſum directum, ita etiam

in

in hac opinione vires corporum per vectem ex. gr. adverſus ſe mutuo agentium reſpectivæ ſimiliter ſemper minores ſint iis, quibus per ſe abſolutæ ad deſcenſum urgentur, per has autem vires reſpectivas corporum vecti applicatorum nil aliud intelligunt, quam ipſas vires eorundem abſolutas, ſed tamen ut impeditas, ita, ut has vires eo magis impeditas cenſeant, quo corpus hypomochlio, vel centro motus eſt vicinius, & viciſſim eo minus impeditas, quo corpus ab eodem centro eſt remotius, unde dein, ſi pondera eorumque diſtantiæ ab hypomochlio reciprocarent, ipſæ quoque reciprocarent celeritaritates, quæ hisce viribus reſponderent. Ita vero opinandi rationem deſumunt ex eo, quod, ſi duo ex. gr. corpora M & N vecti applicata in A & B ſint in æquilibrio circa C, & dein, ſi ex. gr. minus pondus N paulo propius ex B admoveatur centro motus C, jam ſequatur motus, ita, ut pondus N ab oppoſito M attollatur; viciſſim autem, ſi idem pondus N ultra B paulo magis a centro removeretur, ipſummet hoc pondus jam deſcenderet, ſimulque elevaret pondus M, & quidem eo velocius, quo idem pondus N a centro C eſſet remotius.

§. 49. Et vero ſufficere etiam poſſet hy-

hypotheſis iſta ad explicandum æquilibrium corporum vecti applicatorum, ſi non ad alios effectus cum æquilibrio connexos, niſi ipſa quoque falſo laboraret ſuppoſito.

Fig. 9. Tab. I. 10. Enim, quod, ſi corpus N ex B, ubi cum M applicato in A circa C foret in æquilibrio per hypoth., centro propius admoveatur, idipſum jam elevetur a pondere M, & viciſſim, ſi pondus N ultra B magis removeatur, id jam deſcendat, ſimulque attollat oppoſitum pondus M, eoque velocius, quo ipſum a C eſt remotius, id neutiquam alicui diſpoſitioni ad lentiorem vel celeriorem motum adſcribi poteſt, ſed ejus rei multo propinquior & genuina ratio habetur ex eo, quod ſcilicet in primo caſu, dum N elevatur a pondere M, jam detur exceſſus ultra æquilibrium, hoc ipſo, quod pro eo caſu pondus M majorem habeat ad pondus N rationem, quam diſtantiarum a C reciprocam, ut proin per hunc ipſum exceſſum ponderis utrumque dein corpus ad motum circa C determinetur, pondus M quidem ad deſcenſum, pondus N vero ad aſcenſum, in ſecundo autem caſu, dum pondus M elevatur ab N, viciſſim hic detur ob eandem, ut prius, rationem in pondere N ultra æquilibrium exceſſus, qui cum eo major

eva-

evadat, quo pondus a centro C magis removetur, manente pondere M in A, utique etiam ipſum pondus N ad velociorem deſcenſum determinatur, nunquam tamen ad tantam velocitatem, qua libere deſcenderet, eo quod nempe ſemper per ejusdem exceſſus vires utrumque ſimul pondus N & M celeritate cujusque diſtantiæ proportionata movendum foret.

20. Porro, cum in hac hypotheſi vires reſpectivæ ſint quidem ipſæ vires abſolutæ corporum, ſed ut magis vel minus impeditæ, ſi vires iſtæ abſolutæ eſſent omnino & adæquate impeditæ, jam nulla penitus daretur vis reſpectiva: at vero, quomodo vires abſolutæ magis impeditæ eſſe poſſunt, quam, dum duo corpora M & N circa C in æquilibrio conſiſtunt, ubi utrumque corpus, utut per ſuam vim abſolutam nitatur ad deſcenſum, non minus a motu eſt impeditum, quam ſi quodvis ſeorſum e clavo ſuſpenſum hæreret? & per conſequens, ſi quodvis eſt æqualiter, ſeu omnino a motu impeditum, quomodo unum magis ad motum diſpoſitum eſſe poteſt, quam alterum? nam, quod pro caſu æquilibrii neutrum corpus ad velociorem motum deſcenſus aliunde diſpoſitum eſſe *Fig.* 11. *Tab. I.*

 poſ-

poſſit, ſuperius §. 45. & ſequentibus jam oſtendi.

Fig. 11. Tab. I. 30. Bene quidem vires reſpectivæ corporum vecti applicatorum dicuntur minores abſolutis, ſi non ſint nimis exiguæ; nam ſi pondus N, quod applicatum in B ponitur in æquilibrio circa C exiſtere cum pondere M in A, minimo ſpatio magis removeatur a C, jam tollitur æquilibrium, ipſumque pondus N obtinet diſpoſitionem ad motum deſcenſus, ſed, ut ita dicam, non niſi ad motum infinite parvum: ad quam exiguum ergo motum idem pondus N diſpoſitionem habebit, dum cum pondere M omnino in quiete, ſeu æquilibrio perſiſtit, & ſimul nihilominus magis ad motum eſt diſpoſitum, quam pondus M?

Fig. 7. Tab. I. Dein vero 40. Si vires reſpectivæ quibus duo corpora, quorum pondera, & diſtantiæ ab hypomochlio reciprocant, circa idem ſeſe in æquilibrio continent, ſint quomodocunque minores viribus abſolutis eorundem corporum, unde tanta eſt vis corporis N, ut juxta Obſerv. IX. §. 15., ſi vectis BC ex. gr. 12. dig. circa C tanquam axin mobilis ſuſtineatur a ſtatera elaſtica M, & fuerit AC æquale 1. dig., a pondere N ex. gr.

2.

2. libr. vecti in B applicato eo mediante elater ſtateræ tantum comprimatur, ut, poſtquam jam eſt compreſſus tantum, quantum fieret per vim, vel gravitatem abſolutam ponderis 2. libr., vis elateris tamen vectem, ſeu potius deſcriptam vim reſpectivam ponderis N, quippe quod ſolum hic agit, necdum ſuſtineat, uti nec, ſi elater tantum comprimitur, quantum vi abſoluta ponderis 8, 14, 18 libr., ſed adhuc continuo cedat, ac tunc primum par evadat eidem ponderi N ſuſtinendo, quando elater eſt eo uſque compreſſus, quousque comprimeretur a pondere abſoluto 24 libr.? quin eo usque ſe vires ponderis N, quacunque demum interea ratione, extendunt, ut, ſi inſuper juxta Obſerv. X. §. 17. in altera vectis extremitate C alia ſtatera elaſtica P ſit applicata iisdem ut prius poſitis, præter compreſſionem elateris in ſtatera M etiam ipſius elater ſimul tantum comprimatur, quantum a gravitate abſoluta ponderis 22. libr.; ut adeo hypotheſis iſta, in qua vires reſpectivæ minores ſunt abſolutis, ad hunc quoque effectum explicandum profecto minime ſufficiat, dum præterea jam non datur reciprocatio ponderum, & celeritatum, ſed unicum agens eſt ipſum pondus N, elater vero utrius-

poſſit, ſuperius §. 45. & ſequentibus jam oſtendi.

Fig. 11. Tab. I. 30. Bene quidem vires reſpectivæ corporum vecti applicatorum dicuntur minores abſolutis, ſi non ſint nimis exiguæ; nam ſi pondus N, quod applicatum in B ponitur in æquilibrio circa C exiſtere cum pondere M in A, minimo ſpatio magis removeatur a C, jam tollitur æquilibrium, ipſumque pondus N obtinet diſpoſitionem ad motum deſcenſus, ſed, ut ita dicam, non niſi ad motum infinite parvum: ad quam exiguum ergo motum idem pondus N diſpoſitionem habebit, dum cum pondere M omnino in quiete, ſeu æquilibrio perſiſtit, & ſimul nihilominus magis ad motum eſt diſpoſitum, quam pondus M?

Fig. 7. Tab. I. Dein vero 4o. Si vires reſpectivæ, quibus duo corpora, quorum pondera, & diſtantiæ ab hypomochlio reciprocant, circa idem ſeſe in æquilibrio continent, ſint quomodocunque minores viribus abſolutis eorundem corporum, unde tanta eſt vis corporis N, ut juxta Obſerv. IX. §. 15., ſi vectis BC ex. gr. 12. dig. circa C tanquam axin mobilis ſuſtineatur a ſtatera elaſtica M, & fuerit AC æquale 1. dig., a pondere N ex. gr.

2. libr. vecti in B applicato eo mediante elater ſtateræ tantum comprimatur, ut, poſtquam jam eſt compreſſus tantum, quantum fieret per vim, vel gravitatem abſolutam ponderis 2. libr., vis elateris tamen vectem, ſeu potius deſcriptam vim reſpectivam ponderis N, quippe quod ſolum hic agit, necdum ſuſtineat, uti nec, ſi elater tantum comprimitur, quantum vi abſoluta ponderis 8, 14, 18 libr., ſed adhuc continuo cedat, ac tunc primum par evadat eidem ponderi N ſuſtinendo, quando elater eſt eo uſque compreſſus, quousque comprimeretur a pondere abſoluto 24 libr.? quin eo usque ſe vires ponderis N, quacunque demum interea ratione, extendunt, ut, ſi inſuper juxta Obſerv. X. §. 17. in altera vectis extremitate C alia ſtatera elaſtica P ſit applicata iisdem ut prius poſitis, præter compreſſionem elateris in ſtatera M etiam ipſius elater ſimul tantum comprimatur, quantum a gravitate abſoluta ponderis 22. libr.; ut adeo hypotheſis iſta, in qua vires reſpectivæ minores ſunt abſolutis, ad hunc quoque effectum explicandum profecto minime ſufficiat, dum præterea jam non datur reciprocatio ponderum, & celeritatum, ſed unicum agens eſt ipſum pondus N, elater vero utrius-

 que

que ſtateræ mere paſſive, ut ita dicam, eo usque ſe habet, ac cedit, quousque elater ſtateræ M cedit vi abſolutæ ponderis 24 libr., & ſimul elater ſtateræ P vi abſolutæ ponderis 22 libr., licet etiam tota gravitas abſoluta ponderis N ſit duntaxat 2 libr., ubi tamen ſi jam ablatis ſtateris in C appllcatum foret pondus 24 libr., in B vero pondus 22. libr., & in A pondus 2. libr., prout in obſerv.
Fig. 4. VI. §. 12., eadem mutuo in æquilibrio
Tab. I. conſiſterent, non ſecus, ac ibi pondera N, M, & D, eo quod ſcilicet nunc pariter reciprocatio ponderum, & diſtantiarum daretur, dum præterea æque parum cum hac hypotheſi conciliari poſſunt effectus flexionis regulæ elaſticæ, quatenus nempe juxta Obſerv. I. §. 1. a pondere applicato in *a* pars regulæ *b i* magis flectitur, quam ab alio pondere applicato in *b*, quantumvis hoc ad illud ſit in ratione diſtantiarum ab *i* reciproca, quin adeo hic hujusmodi vires reſpectivæ locum habere valeant, dum nempe tam ab uno, quam ab altero pondere non niſi per ejus gravitatem abſolutam regula urgetur.

§. 50. Quamquam etiam ad præſentem effectum explicandum dici nequeat, quod gravitas abſoluta corporum ſe ipſa majo-

majorem vim exerceat, ſi ex. gr. pondus ex pertica horizontaliter protenſa pendens magis diſtet a loco, ubi pertica ſuſtinetur, hoc ipſo, quod vires gravitatis corporis nil aliud ſint, quam illæ ipſæ vires, quibus nititur ad motum ſecundum directionem gravitatis, & ubi ubi, in certis ſaltem locorum confiniis, corpus exiſtat, ſive pendulum, ſive aliunde ſuſtentatum, in ſe tamen maneat ejusdem gravitatis, vel quod idem eſt, nec magis, nec minus nitatur ad motum ſecundum directionem gravitatis §. 35. Præterquam, quod, ſi gravitas corporum ex. gr. vecti applicatorum ex ſe ipſa eo majorem vim exerceret, quo magis corpus diſtaret ab hypomochlio intermedio, neceſſario etiam in id ipſum, ſiquidem corpora circa id in æquilibrio exiſtant, ambo ſimul mediante vecte majorem vim exercerent premendo, quam quæ præciſe par foret viribus ſummæ ipſorum ponderum vecti appenſorum, prout tamen hanc vim præciſe parem eſſe conſtat ex Obſerv. VI. §. 12.

OPINIO P. FALCK.

§. 51. Haſce difficultates, quas præcedentes hypotheſes patiuntur, evitaturus Fig. 15. Tab. II.

turus P. Falck in ſuo Mundo aſpectabili Contempl. 4. C. 1. §. 9. cauſam æquilibrii quoad ſubſtantiam hanc adſtruit, quod ſcilicet, ſi vectis utroque ſuo extremo inniteretur fulcris O, & P, & ex eodem in loco aliquo intermedio B pondus N pendulum foret, id eo magis ageret in fulcrum P, quam in alterum O, quo priori vicinius foret, quam huic poſteriori, nempe ea ſuarum virium parte, quæ eſſet ad partem virium, quibus ageret in fulcrum O, ut A B, ad CB, Ut proin loquendo de vecte ſecundi generis, ſi potentia vecti applicata in A fuerit ad pondus N in B, ut B C ad A C, eadem pondus deorſum nitens jam ſuſtineret, dum viciſſim fulcrum P reliquam ponderis partem, quæ eſſet ad ipſum pondus ut A B ad A C, ſuſtentaret, ac per conſequens pondus deorſum, & potentia ſurſum tendens circa C in æquilibrio conſiſterent, dum viciſſim eorundem diſtantiæ ab hypomochlio in C reciprocarent. Id autem hoc reipſa argumento oſtendit: ſi pondus N in B fuerit 8. libr., & D B æquale C B, ac potentia vecti applicata in D par vi 4. libr. agat in eundem ſurſum, dum pondus N nititur deorſum, eadem pondus ſuſtinebit, hoc ipſo, quia in eo caſu reliqua dimidia pars ponderis N ſimiliter

ab hypomochlio P ſuſtentatur: ergo, ſi jam AC fuerit duplum ipſius DC, & potentia applicata in A manente pondere N in B, pro eadem potentia ad hoc pondus ſuſtentandum, cum id ipſum mediante vecte in puncto D agat deorſum vi quatuor librarum, non requiritur major vis, quam quæ par ſit ponderi 2. libr., eo quod ſcilicet potentia his viribus inſtructa, & vecti applicata in A propter eandem ut prius rationem ſuſtineret pondus 4. libr. appenſum in D, dum deinde reliqua pars ponderis N nempe 6. libr. in hypomochlion P reiicitur. A vecte ſecundi generis porro transfert argumentum ad vectem primi generis, ac ibi pondera circa hypomochlion intermedium ex eo capite in æquilibrio conſiſtere aſſerit, quod corpus gravius cum oppoſito leviore tantum ſit in æquilibrio ſecundum æqualitatem ponderis, reliquum vero pondus in hypomochlion ſeu fulcrum rejiciat.

§. 52. Et profecto ſiſtema iſtud non modo cum æquilibrio ponderum in vecte ſecundi generis, ſed etiam primi generis congrueret, ita, ut non tantum effectus æquilibrii, ſed etiam preſſionis ponderum in fulcrum explicari poſſet, non tamen per rejectionem exceſ-

 ſus

ſus ponderis majoris in fulcrum, ſed aliam ingrediendo viam gravitationi & actioni ponderum competentem, eoquod ſcilicet alias, ſi æquilibrium exponendum foret per rejectionem hujusmodi exceſſus in fulcrum, neceſſario etiam, ſi duo pondera vecti applicata eſſent æqualia, & fulcrum in medio eorum, dicendum foret, quod vel nihil ponderis in fulcrum reiiciant, vel totum ſuum pondus, quorum tamen primum nemo dixerit, ſecundum autem rurſus deſcriptam hypotheſin everteret, ſiquidem jam non amplius foret ratio, cur, ſi duorum corporum pondera non ſint æqualia, ita, ut tamen ſint in ratione reciproca ſuarum diſtantiarum a fulcro, adeoque in æquilibrio, non etiam quodvis corpus aliquam ſaltem partem ponderis proportionalem, vel etiam denuo totum ſuum pondus in fulcrum reiiciat, hoc ipſo, quia id ambo ſimul ſuſtinet, præterquam, quod nulla amplius poſſet haberi conveniens ratio, cur, ſi nimirum duntaxat pondus majus ſuum exceſſum in hypomochlion reiiceret, vis preſſionis in idem hypomochlion in vecte primi generis ſemper ſit par vi ſummæ ponderum circa illud in æquibrio exiſtentium, quemadmodum habetur ex obſervatione VI. §. 12.; nam vires,

res, ſeu niſus abſolutus, reſpectivus, liber, impeditus, in quibus hic quoque refugium quæritur, dum duo pondera ſeſe mutuo circa hypomochlion intermedium ita ſuſtentant, ut vis, quam exercent in ipſum hypomochlion, ſeu ſuſtentaculum, par ſit ſummæ virium gravitatis utriusque ponderis ſimul ſumpti, minori adhuc cum fundamento hac in materia afferuntur, quam in hypotheſi præcedenti, ut per ſe cuique dicta §. 49. conſideranti, & cum iſta hypotheſi comparanti ſatis patebit, quin opus eſſe cenſeam, ut harum virium imbecillitatem nova ratione huic hypotheſi accommodata (ubi agitur de æquilibrio corporum per vectem, & non quomodocunque flexibiliter, uti ex. gr. per funem circa trochleam connexorum) oſtendam. Præterquam quod licet per aliam, de qua dixi, viam hypotheſis iſta eousque perfici poſſet, ut & ſufficiens ratio dari poſſet de æquilibrio ponderum vecti primi generis applicatorum, & de quantitate preſſionis in fulcrum intermedium, ea tamen etiam ita exculta haud quaquam rationem ſuppeditaret ad alios effectus gravitationis ponderum vecti applicatorum explicandos, qui obſervatione IX. §. 15. & obſervatione X. §. 17. item §. 49. ad finem referuntur.

OPI-

OPINIO P. LEOTAUDI.

§. 53. Licet equidem hujus auctoris de æquilibrio corporum ſolide connexorum opinio quoad ſubſtantiam coincidat cum opinione Archimedis, & ejusdem fundamenti debilitatem jam P. de Chales Mechan. l. 1. prop. 16. oſtendiſſe quidem videatur, non tamen omnino ſubvertiſſe, ita, ut etiam recentior quidam, quamvis ignarus, jam adeo pridem P. Leotaudum quoad rem id ipſum ſenſiſſe, fere iisdem principiis inſiſtens, paulo tamen aliter, quomodo æquilibrium ponderum vecti applicatorum cum reciprocatione diſtantiarum eorundem a puncto ſuſtentationis vel hypomochlio congruat, demonſtrare nitatur, præter celebriores, de quibus hactenus conſtat, de cauſa æquilibrii hujus opiniones etiam iſthanc adhuc exponere juverit.

§. 54. LEMMA.

Fig. 16. Tab. II. *Si linea* ab *biſſecetur in* c, *&* *utcunque in* e, *fiatque* $bd = ec$ *&* $fd = bd$ *erit etiam* $ae = fe$.

Demonstr. Cum per hypoth. ſit $bd = ec$ & $ac = bc$, erit etiam $ac - ec = bc - bd$, ſeu $ae = dc$,

&

& quia porro eſt $fd = bd = ec$ per hyp., erit quoque $ec - fc = fd - fc$, ſeu $fe = dc$, & per conſequens ob $ae = dc$ erit $ae = fe$.

PROPOSITIO.

Si cylinder homogeneus A B, cujus medium in C, quocunque alio in loco ex. gr. in D vecti M N, ſeu lineæ, quæ ponitur inflexilis & gravitatis expers §. 7., ſit alligatus in N, & dein porro in E & M, ita, ut ſit E C = B D nec non B D = F D, ſuſtenteturque ipſe vectis in O ita, ut directio gravitatis, ſeu linea ad horizontem perpendicularis tranſiens per O ſimul tranſeat per medium cylindri C, cylinder ita ſuſpenſus quieſcet, quin in alterutram partem declinet, ſive dein partes cylindri A F & F B ſint conjunctæ, ſive ſeparatæ. Fig. 17. Tab. II.

Si enim Cylinder AB, ut nunc ponitur, integer in alterutram partem declinaret, adeoque ex parte A ex. gr. deſcenderet, neceſſario elevaretur ex parte B, ita ut motus fieret circa O, ſed, cum omnes partes cylindri utpote ſolidi

lidi inter ſe ſint connexæ, & ipſe totus in ME & ND ſuſtineatur, ac circa O partes cylindri AC & CD per hypoth. æquales conſiſtant, motus circa O fieri nequit, niſi pars AC parti BC prævaleat, non ſecus, ac ſi ipſe vectis & cylinder immediate eſſent conjuncti: ergo cum partes AC & BC circa C vel O adverſus ſe mutuo æqualiter agant, eædem circa O in æquilibrio quieſcent, adeoque & ipſe totus cylinder AB, §. 28.

Fig. 17. Tab. II. At vero ex qua parte cylinder AB vecti MN eſt conjunctus in M, pars cylindri AE eſt æqualis parti EF, §. 54. & ſimiliter circa N pars FD æqualis parti BD per hypoth.: ergo cum cylinder mediantibus ex. gr. filis ME & ND ſuſtineatur, adeoque partes AE & BD extra fila poſitæ gravitate ſua circa E & D nitantur adverſus partes interiores, erit pars EF circa E adæquate in æquilibrio cum parte AE, & ſimiliter pars FD cum parte BD circa D §. 28., quin pars AE ullam actionem exercere poſſit adverſus partem FD, aut BD adverſus partem EF, & per conſequens, cum ſola pars AF totam ſuam vim gravitatis exerat in E & M, ubi ſuſtinetur, pars BF vero in D & N §. 25., etiam hæ

duæ

duæ partes mediante vecte M N ſeſe mutuo ſuſtinent circa O.

Quare denique, cum geminæ hæ partes non aliter agerent in vectem in M & N, ſive ſint conjunctæ, ſive forent ſeparatæ, hoc ipſo, quod ſola pars A F agat in M, & ſola B F in N, eædem partes vecti in M & N applicatæ circa O in æquilibrio conſiſtent; ut proinde, cum ſit ut E F ad F D, ita A F ad F B, ſeu ut dimidium ad dimidium, ita totum ad totum, adeoque etiam (cum ſimiliter ſit C D ad C E, item O N ad O M ut E F ad F D) ut O N ad O M ita A F ad F B, O N vero ſit diſtantia ponderis F B a centro motus vel hypomochlio O, quod eſt ipſum filum O I ibidem vectem M N ſuſtinens, O M autem diſtantia ponderis A F ab eodem hypomochlio O, ultimato pondera vecti applicata, dum circa hypomochlion æquilibrium tenent, ſint in ratione reciproca ſuarum diſtantiarum a fulcro, eo ipſo, quod pars cylindri A F ſe habeat eodem prorſus modo, ac aliud quodcunque corpus ejusdem ponderis vecti in M applicatum, & ſimiliter loquendo de parte B F, ubi viciſſim O N diſtantia ponderis F B ab hypomochlio O eſt ad O M diſtantiam ponderis A F ut A F ad F B.

§. 55.

Fig. 17. *Tab. II.* §. 55. Quanquam autem hæc veræ demonſtrationis ſpeciem habere videatur, nihilominus ex eo, quod cylinder ita ſuſpenſus, dum partes ejus adhuc ſunt conjunctæ, quieſcat, neutiquam adhuc ſequitur, quod etiam partes AF & BF, quantumvis in eo conjunctionis ſtatu prima ſolum in puncto M, & altera in puncto N gravitet, peræque in quiete ſeu æquilibrio circa O perſeverarent, ſi eſſent ſeparatæ, dum ſcilicet, quod omnes cylindri partes ſeu totus cylinder circa O in quiete perſiſtant, alia non affertur ratio, quam, quod, prout integer eſt, partes A C & B C ſecundum omnia æquales circa C & O æquilibrium teneant; ex quo dein neutiquam inferri poteſt, quod etiam partes A F & BF ſeparatæ in eodem ſitu perſeverarent.

Nec juvat replicare, quod ſolæ vires partium AF & BF ad vectem in M & N ſint applicatæ, & tamen cylinder non minus circa O in quiete perſiſtat, quam ſi ponantur partes AC & BC applicatæ in eodem puncto O; nihilominus enim, ſi etiam ex. gr. pars A F prævaleret parti B F, vel viciſſim, motus, quam diu ſunt conjunctæ, dari non poſſet, eo ipſo, quod, ſi daretur, is non niſi fieret circa medium cylindri C, qualis tamen

tamen implicat, eo quod nempe ex. gr. pars B F deberet præter partem A F etiam aliquam ſui partem nimirum C F elevare, quod æque parum fieri poteſt, ac pars A C valeat elevare partem B C, ut proin diſcurſus iſte ad demonſtrandum æquilibrium pro reciprocatione ponderum & diſtantiarum a fulcro deſtinatum terminum non aſſequatur.

De cætero, etiam ſi diſcurſus iſte ſubſiſteret, in hoc quoque conceptu tamen non poſſet dari ratio, unde ſit tanta efficacia unius ponderis vecti applicati, quantam dari per Obſerv. IX. & X. §. 15. & 17. item §. 49. ad finem conſtat, præterquam, quod ex diſcurſu iſto plus non haberetur, quam, quod, ſi pondera & diſtantiæ a fulcro reciprocarent, daretur æquilibrium, non ſecus, ac partium A C & B C æqualium circa idem O, quin tamen cauſa dari poſſet, per quam partes illæ A F & B F inæquales circa O in æquilibrio conſiſtant.

Quoniam itaque ſiſtemata hactenus recenſita ad aſſignandam veram & proximam æquilibrii cauſam non ſufficiunt, in hoc tamen omnes conſpirant, quod corporum ſolide connexorum circa aliquod punctum vel intermedium, ut in

vecte

vecte primi generis, vel extra ipſa poſitum, ut in vecte ſecundi generis, adverſus ſe mutuo agentium ab æqualitate virium mutua circa idem punctum petendum ſit, reſtat jam, ut, unde æqualitas iſta virium habeatur, indagemus.

Sectio Tertia.

INQUIRITUR IN GENUINAM ÆQUILIBRII CAUSAM.

§. 56. LEMMA.

Vis elateris corporis tenſi aut compreſſi par eſt vi tendenti, aut comprimenti, quamdiu corpus tendi aut comprimi poteſt.

Demonstr. Si vis elateris eſſet minor vi comprimente, tunc magis cederet vi comprimenti, aut tendenti, & ſimiliter, ſi vis elateris eſſet major vi comprimente, tunc minus cederet, quam actu cedat: atqui nec magis, nec minus poteſt cedere, quam actu cedat: ergo elater præciſe tantum cedit, donec reſiſtendo par ſit vi comprimenti aut tendenti, ut

proin

proin in ſtatu compreſſionis aut tenſionis vi comprimenti aut tendenti vis elateris ſemper par ſit.

§. 57. Coroll. Hinc, ſi corpus elaſticum eſt æqualiter tenſum aut compreſſum, etiam vires tenſionis aut compreſſionis æquales erunt, ac viciſſim, & ſi magis eſt tenſum, vires tenſionis majores ſunt &c.

§. 58. *SCHOLION. Dixi, quam diu corpus tendi aut comprimi poteſt; nam, ſi partes elaſticæ jam eousque ſunt compreſſæ, ut ob ipſam ſuam denſitatem amplius cedere nequeant, utique corpus quantalibet vi majore ulterius comprimi haud poterit, quod idem proportionaliter de tenſione ſentiendum, ita, ut nexus partium elaſticarum potius ſolveretur, quam ulterius eædem diſtendi poſſent.*

§. 59. LEMMA.

Vires, quibus juxta Obſerv. I. *§.* 1. *elater regulæ* ai *ad ipſum terminum* l i *in parte convexa tenditur, & in concava comprimitur dependenter a pondere M applicato in* a, *majores ſunt, vel æquales viribus, quibus in eodem loco tenderetur, & comprimeretur a* *Fig.* 1. *Tab.* I.

 quo-

quovis alio pondere eidem regulæ a i appenſo, & termino I i viciniore, ac cum pondere M rationem diſtantiarum a dato termino reciprocam habente.

Demonstr. Juxta deſcriptam obſervationem regula dependenter a pondere M applicato in *a*, quamdiu notari potuit, per partem *ei* magis flectebatur, quam hæc eadem pars dependenter a duplo pondere ipſius M appenſo in *e*, ac ſimiliter per partem *gi* magis, quam ea ipſa a pondere quadruplo urgente in *g*, uti etiam per partem *hi* magis, quam a pondere octuplo in *h*, & ſimiliter hæc eadem pars *hi* magis curvabatur a pondere M in *a*, quam ab ejus duplo in *e*, & ab hoc rurſus magis, quam ab ejus quadruplo in *g* &c., ita, ut ſimul hæc eadem pondera fuerint in ratione diſtantiarum ab I *i* reciproca: ergo, cum hæc flexio regulæ non ſit aliunde, quam a particularum elaſticarum per longitudinem regulæ verſus terminum I *i* diſpoſitarum tenſione circa partem convexam, & compreſſione circa partem concavam, etiam vires in elaterem ad datum terminum dependenter a pondere M in *a* majores ſunt, vel ſaltem æquales viribus, quæ in eundem elaterem ſunt a

Fig. 1. Tab. I.

dictis

dictis ponderibus rationem reciprocam diſtantiarum a termino I *i* habentibus, ac per conſequens pariter majores, vel æquales viribus, quæ in elaterem ad eum ipſum terminum eſſent a quovis alio pondere regulæ in ratione diſtantiarum ab I *i* relate ad pondus M reciproca applicato.

§. 60. *SCHOLION. Dixi, vires in elaterem regulæ ad ipſum terminum* I i *dependenter a pondere M majores, vel æquales eſſe viribus, quæ in elaterem ad eundem terminum eſſent ab alio pondere viciniore regulæ in ratione diſtantiarum ab* I i *relate ad pondus M reciproca applicato, eo quod ſcilicet ex eo, quod pars regulæ* h i *magis curvetur a pondere M in* a, *quam ab alio reciproce majore & viciniore, nondum determinate inferri poſſit, quod etiam ad ipſum terminum* I i *particulæ elaſticæ regulæ ſuperiores magis tendantur, inferiores vero viciſſim magis comprimantur a pondere M in* a, *quam &c., dum nempe, etſi pro utroque caſu particulæ ad dictum terminum æqualiter tenderentur, & comprimerentur, modo reliquæ ab* i *verſus* h *ſucceſſive magis & magis tendantur ac comprimantur (prout id* §. 73. & 74. *magis declarabitur), nihilominus ea ipſa pars regulæ jam magis curvabitur; unde etiam ex eadem hac ſola experientia, qua pars regulæ* h i *magis* Fig. 1. Tab. I.

gis flectitur a pondere M in a, *quam &c., ſimiliter necdum determinate inferri poteſt, vires in elaterem regulæ ad ipſum terminum I* i *dependenter a ponderibus ſub ratione diſtantiarum ab* i *reciproca regulæ applicatis æquales eſſe.*

§. 61. LEMMA.

Si pondus regulæ flexili* a i *applicatum minorem habuerit rationem ad aliud ipſi termino* I i *vicinius, quam diſtantiarum reciprocam, vis in elaterem particularum ad eundem terminum minor eſt a pondere remotiori, quam propinquiori.

Demonstr. Juxta Obſerv. II. §. 3. & 4., dum ex. gr. in *a* regulæ ſucceſſive & ſeorſim appenduntur pondera $19\frac{3}{4}$, $21\frac{1}{8}$, $22\frac{1}{4}$, $23\frac{3}{4}$, unc., in *e* vero pondus 48 unc., ita, ut hoc pondus ad quodvis illorum habeat majorem rationem, quam diſtantiarum ab *i* reciprocam, regula elaſtica *ai* incipiendo ab *i* per aliquem tractum verſus ipſa pondera a quovis horum minus flectitur, quam a pondere in *e*, & quidem per majorem tractum ab eo illorum, quod cæteris eſt levius,

Fig. 1. Tab. I.

levius, & viciſſim per minorem tractum ab illo, quod reliquis eſt gravius, adeo, ut, licet pondus $23\frac{3}{4}$ unc. in *a*, & pondus 48 unc. in *e* proxime ſint in ratione diſtantiarum ab *i* reciproca, dum nempe E I ad A I eſt ut 1. ad 2., nihilominus etiam a pondere $23\frac{3}{4}$. unc. regula ſaltem per aliquod ſpatium minus flectatur, quam a pondere 48. unc. in *e*: ergo, cum flexio iſta aliunde non ſit, niſi a vi in elaterem particularum regulæ per ejus longitudinem diſpoſitarum, etiam vis in elaterem particularum dependenter a ponderibus in *a* applicatis non modo ad ipſum terminum I *i*, ſed inde quoque per aliquod ſaltem ſpatium minor eſt, quam dependenter a pondere datæ rationis applicato in *e*: at vero, ſi ea vis in elaterem, prout eſt a pondere $23\frac{3}{4}$ unc. in *a*, adhuc per aliquod ſaltem ſpatium regulæ incipiendo ab *i* minor eſt, quam a pondere in *e* 48. unc., quantumvis ea pondera jam ſint proxime in ratione diſtantiarum ab *i* reciproca, ac præterea, quo propius pondera in *a* applicata ad iſtam rationem diſtantiarum reciprocam accedunt, eo minora quoque evadant ſpatia, per quæ *Fig.* 1. *Tab. I.*

regula incipiendo a termino *i* verſus ipſa pondera minus flectitur, ſimiliter, ſi ſtatuatur in *a* aliud pondus adhuc propius ad datam rationem accedens, quam pondus $23\frac{3}{4}$ unc., ab eo vis in elaterem ad ipſum dictum terminum *i* necdum æqualis erit vi, quæ ibidem in eundem elaterem eſt a pondere in *e*: ergo, ſi pondus a dato termino *i* remotius regulæ elaſticæ *ai* applicatum minorem habuerit rationem ad aliud vicinius, quam diſtantiarum reciprocam, vis in elaterem particularum ad ipſum terminum *i* minor erit a pondere remotiori, quam propinquiori.

§. 62. LEMMA.

Si pondera regulæ elaſticæ a i *ſucceſſive & ſeorſim applicata ſint in ratione diſtantiarum a termino* i *reciproca, dependenter ab omnibus vires in elaterem ad illum ipſum terminum æquales erunt.*

Demonstr. Si pondera regulæ elaſticæ *ai* applicata, eorumque diſtantiæ ab *i* reciprocent, vires in elaterem ad hunc ipſum terminum dependenter a pondere remotiore majores ſunt vel æquales viribus, quæ in illum ſunt a propinquiore

quiore §. 59., & viciſſim, ſi pondus remotius ad propinquius minorem habeat rationem, quam diſtantiarum ab *i* reciprocam, vires in elaterem ad eundem terminum minores ſunt a pondere remotiori, quam propinquiori §. 61.: ergo neceſſario, ſi præciſe pondera & diſtantiæ reciprocent, vires in elaterem ibidem ab hujusmodi ponderibus æquales erunt.

§. 63. Coroll. I. *Cum porro quævis regula, modo ſit probe, & per ſuas partes æqualiter elaſtica, eosdem quoad diverſitatem flexionis effectus præſtet ſervata ponderum & diſtantiarum a termino, ubi ultimato ipſa ſuſtentatur, ratione reciproca, ſive dein regula fuerit gracilior, ſive craſſior*, ultimato etiam, ſi loco regulæ *ai* ſtatuatur ſimplex linea elaſtica, ſeu quæ ex ſimplicibus particulis elaſticis ſecundum unam ſeriem invicem connexis conſtaret, ſimiliter vires in elaterem ad ipſum terminum *i*, ubi ea ſuſtentaretur, dependenter a ponderibus vel pondusculis eidem in ratione diſtantiarum ab *i* reciproca applicatis æquales forent. *Fig.* 1. *Tab.* I.

§. 64. Coroll. II. Quare etiam, ſi ponatur pondus applicatum lineæ *ai* in *Fig.* 1. *Tab.* I.

puncto ipſi termino *i* proximo, quod foret ad pondus eidem lineæ applicatum in *a* in ratione diſtantiarum ab *i* reciproca, ſeu ut linea diſtantiæ A I ad punctum, itidem vires in nexum elaſticum ad ipſum terminum *i* dependenter ab utroque pondere æquales forent.

Fig. 1. Tab. I. §. 65. COROLL. III. *Quoniam autem pondus, quod a linea transverſim ſuſtentatur in puncto ipſi termino* i *ſeu fulcro lineæ, ut ponitnr, proximo, in hoc ipſum punctum tanquam immediatum ſuum ſuſtentaculum tota ſua vi gravitatis nititur, ac inter punctum & punctum lineæ non niſi unicus ſimplex nexus datur, neceſſario vis in nexum, quo mediante a dato puncto pondus ſuſtentatur, dependenter ab hoc pondere par erit ipſi vi gravitatis abſolutæ ejusdem ponderis;* ut itaque vis, quæ foret in elaterem lineæ ad ipſum terminum *i* dependenter a pondere applicato in *a*, etiam par foret vi gravitatis abſolutæ ponderis, quod eſſet ad ipſum pondus in *a*, ut linea diſtantiæ A I ad punctum, dum nempe vis in nexum ad terminum *i* a pondere in *a* eadem eſſet, quæ a pondere lineæ ad ipſum terminum proxime applicato, ad quod foret pondus

in *a* ut punctum ad lineam diſtantiæ AI. §. 64.

§. 66. Coroll. IV. *Cum vires gravitatis corporis in certa ſaltem locorum vicinia, ubi ubi exiſtat, ſive pendulum, ſive aliunde ſuſtentatum, conſtantes ſint, ſeu eædem permaneant* §. 35. *&* 50., *vires autem a pondere lineæ elaſticæ* a i *applicato in* a *in elaterem ad terminum* i *ſint ad vim gravitatis abſolutæ ipſius ponderis ut linea diſtantiæ A I ad punctum* §. 65., vires iſtæ aliunde eſſe nequeunt, quam ex ea ponderis actione in lineam, per quam efficacia virium in elaterem incipiendo ab *a*, ſeu ubi pondus eſt applicatum, verſus ipſum terminum *i* per ſingula diſtantiæ puncta continuo creſcat, & quidem ita, ut ſingula virium incrementa ſemper ſint æqualia vi gravitatis abſolutæ ipſius ponderis; *qua nempe & non alia ratione vis a dato pondere lineæ elaſticæ applicato in elaterem ad ipſum terminum* i *tanta eſſe poteſt, & viciſſim eo ipſo tanta evadit; dum ſcilicet hac ratione ea erit ad gravitatem abſolutam ipſius ponderis, ut numerus punctorum inter terminum* i *& pondus ex. gr. in* a *interceptorum ad unitatem, ſeu ut linea diſtantiæ A I ad punctum. Qua dein etiam eadem non niſi de cauſa*, ſi pondera lineæ elaſticæ ſeorſim Fig. I. Tab. I.

 ſim

ſim applicata, eorumque diſtantiæ a termino *i* reciprocent, vires in elaterem ad hunc ipſum terminum æquales erunt, uti, ſi ex. gr. pondus in *e* ſit ad pondus in *a* ut 2. ad 1., erunt quidem incrementa virium a primo pondere ſemper duplo majora, quam a ſecundo, ſed viciſſim, cum A I diſtantia ponderis in *a* a termino I *i* ſit ad E I diſtantiam ponderis in *e* etiam ut 2 ad 1., erunt incrementa virium ponderis in *a* duplo plura, quam ponderis in *e*, adeoque ſumma virium ad ipſum terminum *i* utrinque æqualis.

Fig. 1. Tab. I. §. 67. *SCHOLION. Quod vero etiam re vera vires in elaterem dependenter a pondere ex. gr. regulæ elaſticæ applicato continuo creſcant, id ſatis colligitur ex Obſerv. I. §. 1., ubi 1°. a pondere M in A minus flectebatur pars regulæ* a x, *quam alia æqualis* e f *remotior, & hæc denuo minus, quam pars* g h *&c., quod fieri non poſſet, niſi vires in elaterem particularum per* a x *fuiſſent minores, quam per* e f, *& per hanc partem itidem minores, quam per* g h *&c., & 2°. a pondere applicato in* e, *quod erat duplum illius in* a, *pars* e f *itidem magis flectebatur, quam æqualis regulæ pars* a x *a pondere in* a, *quatenus nimirum ob majus pondus in* e *etiam incrementa virium in elaterem per* e f *majora fuere, quam per par-*

tem

tem a x. *Qua dein eadem quoque de cauſa pars regulæ* e i *magis flectebatur a pondere M applicato in* a, *quam ab ejus duplo appenſo in* e; *dum nempe vires a pondere in* a *per ſua incrementa jam auctæ ſunt ab* a *usque ad* e, *ubi primum alterum pondus duplum regulam urgere incipit, etiam deinceps dependenter a pondere in* a *vires in elaterem particularum regulæ per* e i *ſemper majores erunt, quam a pondere in* e, *donec ad ipſum terminum in* i *utrinque æquales evadant, prout* §. 73. & 74. *magis declarabitur. Ex quo ipſo virium incremento dein ſimul etiam* §. 75. & 76. *ratio dabitur, cur juxta Obſerv. II.* §. 3., *ſi pondus in* a *minorem habuerit rationem ad pondus ex. gr. in* e, *quam diſtantiarum ab* i *reciprocam, pars regulæ* e i *incipiendo ab ipſo termino* i *per aliquem tractum minus flectatur, deinceps vero magis a pondere remotiore in* a *quam a propinquiore in* e.

§. 68. LEMMA.

Si ponatur lineæ elaſticæ* a i *pondus applicatum ex. gr. in* a, *vires in nexum elaſticum tam ad ipſum terminum* i, *quam quocunque alio in loco intermedio ſemper ſunt æquales facto ex vi gravitatis Fig. I. Tab. I.

tis abſolutæ dati ponderis in ejus a termino* i*, vel alio loco intermedio diſtantiam.

Demonstr. Dum linea horizontaliter porrecta urgetur a pondere ex. gr. in a, vires in nexum elaſticum creſcunt per ſingula diſtantiæ puncta, ita, ut ſingula virium incrementa ſemper ſint æqualia vi gravitatis abſolutæ ipſius ponderis §. 66.: ergo vires in nexum elaſticum tum ad ipſum terminum i, tum in quocunque alio loco intermedio tanto majores erunt ipſa ſimplici vi gravitatis abſolutæ ponderis, quanto major erit punctorum diſtantiæ ponderis a termino i, vel alio loco intermedio numerus, ſeu, quod idem eſt, vires erunt æquales facto ex vi gravitatis abſolutæ ponderis in ejus a dato termino, vel alio loco intermedio diſtantiam.

Fig. 1. Tab. I.

§. 69. *SCHOLION I. Licet autem in ipſo flexionis ſtatu non per ſingula puncta ipſius lineæ flexæ nempe pro diverſa ejus inclinatione, incrementa virium æqualia ſint vi gravitatis abſolutæ ponderis urgentis, ſed aliqua ratione minores, qua tamen ratione nihilominus ſumma virium, cujuscunque figuræ*

Fig. 1. Tab. I.

linea

linea ſit, ex. gr. ad terminum i, *ubi linea* a i *flexa ſuſtentatur, æqualis ſit facto ex diſtantia ponderis M a dicto termino (quam metitur linea A I) in vim gravitatis abſolutæ ejusdem ponderis, id inferius ex* §. 148. *clarius apparebit.*

§. 70. COROLL. Quod ſi jam loco lineæ elaſticæ *a i* ponatur alia omnino inflexilis, eique pondus appenſum, vis in nexum ſingularum particularum a pondere verſus ultimum ſuſtentaculum ad I ſimiliter in eadem ratione creſcet, *hoc ipſo, quod inter lineam elaſticam & non elaſticam ac inflexilem aliud diſcrimen non intercedat, quam quod prima ob ipſum elaterem per illas vires ſimul flectatur magis vel minus pro ratione virium in ſingulas particulas, altera autem flecti quidem nequeat, quin tamen propterea pondus minus nitatur in nexum particularum lineæ inflexilis, quam flexilis,* ut itaque etiam perinde in linea inflexili vires in nexum particularum, dum eadem horizontaliter porrecta a pondere urgetur, æquales ſint facto ex diſtantia ponderis a dato lineæ puncto in vim gravitatis abſolutæ ejusdem ponderis. *Fig.* 1. *Tab. I.*

§. 71. *SCHOLION II. Quomodo autem Theoria iſta virium in nexum (quæ pro caſu*

ſu, quo a ſimplici linea horizontaliter porrecta pondus ſuſtentari ponitur, in datum particularum nexum æquales ſunt facto ex appenſo pondere in ejus a dato nexu diſtantiam) ipſis corporibus trina dimenſione præditis, uti regulæ, cylindro, trabi &c., quæ in qualibet ſectione transverſa per plurimas particulas ſunt connexa, etiam circa ipſam æquilibrii rationem ſit applicanda, id totum Sectione quinta exponemus, dum interea hæc præmittere oportet, quippe quibus tanquam principiis ipſe ſtatus phyſicus æquilibrii corporum, & reliquorum effectuum cum eodem connexorum innititur.

§. 72. *SCHOLION III. Atque ex his ſimul principiis, quæ ex obſervationibus circa flexionem regulæ elaſticæ dependenter a ponderibus eidem applicatis duntaxat per comparationem effectuum deduximus, viciſſim etiam in ſpecie ipſi effectus quoad flexionem determinantur, ita, ut ex his ipſis memorata principia, utut jam demonſtrata, magis confirmentur, prout ex uno, alteroque ſubjuncto theoremate adhuc colligere licebit.*

§. 73. THEOREMA.

Fig. 1. Tab. I. ***Si regulæ elaſticæ* a i *ſeorſim appendantur pondera ex. gr. in* a *&* c *ejus rationis, ut ipſa, eorumque diſtantiæ a ter-***

***a termino* I*i reciprocent, pars regulæ* e i *per omnes ſuas minores partes* e f, f g, g h, h i *magis flectetur a pondere remotiore in* a, *quam propinquiore in* e.**

Demonstr. Si loco regulæ ſtatuatur linea elaſtica, & fuerit diſtantia A I ad E I ex. gr. ut 80 ad 40, ac viciſſim pondus in *a* ad pondus in *e* ut 1 ad 2, & quælibet pars E F, F G G H &c. = 10., erit in loco *e* vis dependenter a pondere ab I *i* remotiore, ad vim a pondere propinquiore ut 40 ad 2, in f vero ut 50 ad 20. §. 66, & per conſequens per omnes partes intermedias inter *e* & *f* vis major a pondere remotiore, quam a propinquiore, ac ſimiliter, cum ob eandem rationem vis ad ipſum terminum I*i* a pondere in *e* ſit ad vim a pondere in a ut 80 ad 80., adeoque vires utrinque æquales, in loco vero *h* vis a propinquiore ut 60., a remotiore autem ut 70., itidem per partes intermedias inter *i* & *h* vires a pondere majori in *e* minores erunt, quam a minore in *a*: atqui a majori vi elater magis tenditur, ac comprimitur §. 57., & ab ea ipſa tenſione ac compreſſione elateris eſt ipſa flexio regulæ vel lineæ

lineæ elaſticæ ; ergo , dum pondera in *e* & *a*, eorumque diſtantiæ ab I reciprocant, tam per partem *hi* quam per partem *ef*, & ob eandem rationem etiam per partes *fg*, & *g h* linea magis flectitur a pondere in *a*, quam a pondere in *e*, ut proinde ob paritatem rationis etiam reſpectu omnium aliorum ponderum , ſi ipſa , eorumque diſtantiæ a termino , ubi linea elaſtica ultimato ſuſtinetur , reciprocent, idem ſit quoad flexionem effectus, quamdiu nempe linea magis flecti poteſt, ac per conſequens , cum quoad diverſitatem flexionis inter regulam & lineam elaſticam ſervata eadem ponderum & diſtantiarum proportione eadem ſit ratio § 63., ſimiliter ſi pondera & diſtantiæ reciprocent, ex. gr. pars regulæ *ei* per omnes ſuas minores partes verſus terminum *i* magis flectetur a pondere remotiore in *a*, quam propinquiore in *e*.

§. 74. Coroll. Atque hinc, ſi pondera regulæ elaſticæ applicata , eorumque diſtantiæ a dicto termino reciprocent, adeoque vires in elaterem ad eundem terminum ſint æquales , neceſſario ea pars regulæ , quæ flectitur a pondere propinquiore , magis flecti-

flectitur a remotiore & leviore, prout fieri per ipſam primam obſervationem conſtat.

§. 75. THEOREMA.

Si pondera regulæ elaſticæ a i *ſeorſim applicata ſint ejus rationis, ut pondus remotius ad pondus propinquius minorem rationem habeat, quam diſtantiarum a termino* I i *reciprocam, regula per aliquod ſpatium incipiendo a dicto termino minus flectetur a pondere remotiori, quam a propinquiori, per reliquum vero magis.* *Fig.* 1. *Tab.* I.

Demonstr. Ponatur itidem ut prius loco regulæ linea elaſtica, & habeat pondus in *a* ad pondus in *e* minorem rationem, quam E I ad A I, ſeu diſtantiarum ab I reciprocam: neceſſe eſt ergo, ut locus lineæ ex. gr. *v t*, unde horum ponderum diſtantiæ ſunt in ipſorummet ratione reciproca, ſit ponderi in *e* propinquior, quam terminus I, in quo proin loco, cum, ſi pondera & diſtantiæ reciprocent, facta ex quovis pondere in ſuam diſtantiam ſint æqualia §. 11., vires autem ipſæ in quovis lineæ loco itidem ſint æquales facto ex dato appenſo pondere in ſuam ab il-

lo eodemloco diſtantiam §. 68, etiam vires dependenter ab utroque pondere in *a* & *e* æquales erunt: ſed ab eo loco usque ad I *i* magis creſcunt dependenter a pondere in *e*, quam a pondere in *a*, dum nempe acceſſiones virium continue ſunt ut ipſa gravitas abſoluta ponderis §. 66: ergo in primis pars lineæ inter dictum locum *v t* & terminum I *i* contenta magis flectitur a pondere in *e*, quam a pondere in *a*, dein vero, cum vires dependenter a pondere in *a* ab *e* usque ad datum locum *v t* ſemper majores ſint, quam dependenter a pondere in *e* §. 73., viciſſim linea a dato loco *v t* usque ad *e* magis flectitur a pondere remotiore in *a*, quam propinquiore in *e*, ac per conſequens etiam regula elaſtica, ob eandem nempe rationem, quæ §. 73 ad finem fuit allata.

§. 76. Coroll. Unde jam habetur ipſa vera ratio, cur, ſi pondera regulæ elaſticæ applicata, eorumque diſtantiæ ab ultimo ſuſtentaculo non reciprocent, ita, ut pondus remotius ad propinquius minorem rationem habeat, quam diſtantiarum reciprocam, regula per aliquod ſpatium a dicto ſuſtentaculo ad I*i* initium faciendo minus flectatur a remotiore, deinceps autem magis, quam

quam a propinquiore, prout fieri in Obſervatione II. §. 3. & 4. retulimus.

§. 77. PROBLMMA.

Determinare locum regulæ ex. gr.* v, *in quo data duo pondera eidem ſeorſim ex. gr. in* e *&* a *applicata, quorum remotius minorem ad propinquius rationem habet, quam diſtantiarum a termino* I i *reciprocam, æqualem vim exerceant.

Resolutio. Cum dentur ipſa pondera, uti & differentia diſtantiarum eorundem a termino I *i* per hypoth., ac ibi vires ab utroque ſint æquales, unde eorum diſtantiæ & ipſamet pondera reciprocant §. 75., ſi ſit ex. gr. pondus in *e* = P, pondus in *a* = O, ac pro ſpatio inter E, & ductam ex petito regulæ loco ad A I perpendicularem *vt* comprehenſo ſubſtituatur *x*, erit in primis ob æqualitatem virium dependenter ab utroque pondere in ficto interea loco regulæ *v*, ſeu ob reciprocationem ponderum ac diſtantiarum ab *v* §. 62. factum ex pondere O in A *t*, vel, quod idem eſt, in ſummam ex differentia diſtantiarum AE, & reliquo ſpatio incognito E*t* ſeu *x* æquale facto ex pondere P *Fig. 1. Tab. I.*

in idem ſpatium incognitum x §. 11., adeoque $OXAE + OXx = Px$, & dein utrinque OXx ſubtrahendo $OXAE = Px - OXx$, ac denique per P — o dividendo $\frac{OXAE}{P-O} = x$, unde jam ſpatium antea incognitum invenietur, ſi factum ex pondere remotiori in differentiam diſtantiarum dividatur per differentiam ponderum, quotus enim dabit petitum ſpatium.

Fig. I. *Tab. I.* Sic, cum in obſervatione II. ex. gr. ponderis 23 unc. regulæ *a i* in a applicati diſtantia a termino I, nempe A I fuerit 212. lin. pedis Paris., A E vero 106 lin., & pondus applicatum in *e* 48 unc., factum autem ex pondere remotiore 23 unc. in A E ſeu differentiam diſtantiarum 106 ſit 2438., & differentia ponderum 25., erit, ſi factum ex pondere remotiore in differentiam diſtantiarum dividatur per differentiam ponderum, quotus $97\frac{13}{25}$ lin., ac proin tota diſtantia ponderis in *a* applicati a loco regulæ, ubi vires ab utroque pondere ſunt æquales, ſeu A *t* $203\frac{13}{25}$ lin., ut

ita-

itaque locus iſte adhuc diſtet à termino l. $8\frac{12}{25}$ lin.

§. 78. *SCHOLION. Atque hæc, utut alicui ſaltem pro qualitate principiorum, quibus quisque circa vires corporum inſiſtit, incredibilia primo intuitu videri poſſent, quod ſcilicet dependenter ab uno eodemque pondere, (cujus utique vis, ubi ubi applicetur, de ſe non creſcit, ſed eadem permanet* §. 35 & 50.) *lineæ in quacunque ab ipſo diſtantia firmatæ applicato vis in nexum ſingularum particularum in longum a pondere verſus ultimum terminum diſpoſitarum ita creſcat, ut acceſſiones virium per ſingula diſtantiæ puncta ſemper ſint æquales ipſi vi abſolutæ ponderis, adeoque tota vis in dicto termino æqualis facto ex vi abſoluta ponderis applicati in totam ejusdem diſtantiam a dato termino, ſeu in numerum ſingulorum punctorum diſtantiæ* §. 70., *ac inſuper, cum etiam vires in quolibet loco regulæ intermedio ſimiliter ſint æquales hujusmodi facto* §. 68., *ſumma omnium virium æqualis ſit ſummæ progreſſionis arithmeticæ plurimorum numerorum ordinatim creſcentium, ut* 1, 2, 3, 4 &c., *quorum primus eſt ipſa vis abſoluta ponderis, ita, ut quamdiu pondus a regula ſuſtinetur, hæ omnes vires conſtanter perſeverent, hoc ipſo, quod, loquendo* ex. gr. *de regula elaſtica, iſta conſtanter*

 in

in eodem ſitu etiam flexa permaneat, hæc inquam, ut ut alicui paradoxa videri poſſent, nihilominus ea omnino vera eſſe hactenus ſatis, ut opinor, oſtendimus. Quæ porro etſi ad plenam corporum ſolidorum invicem connexorum rationem quoad æquilibrium, aut exceſſum virium circa quodcunque nexus ſolidi punctum dandam ſufficerent, qualem nulla hypotheſis ex præmiſſis ſuppeditat, quia tamen etiam deſcripti incrementi virium in ſingulas regulæ particulas dependenter a pondere eidem regulæ applicato intimior adhuc cauſa deſiderabitur, eam quoque, ne quid deſit, ſequentibus declarabimus.

§. 79. LEMMA.

Si corpus ſit pendulum ex linea ad horizontem perpendiculari, vis in ſingulorum punctorum nexum æqualis eſt, & ubique usque ad ultimum ſuſtentaculum par vi abſolutæ ponderis.

Demonstr. Cum omnes particulæ lineæ ſint diſpoſitæ ſecundum directionem virium, ſeu gravitatis ipſius ponderis per hypoth., pondus in nullam particulariter agit, niſi in ultimam, per quam immediate ſuſtinetur, ita, ut, ſiquidem hæc non cedat ponderi, hoc

in

in illam tota ſua vi agat: ſed hæc ultima pondus non ſuſtinet, niſi mediante nexu cum proxime ſuperiori, & in eadem directione virium ponderis diſpoſita: ergo cum pondus nunquam ceſſet agere, eadem vi, qua ab hoc urgetur ultima, ab iſta quoque mediante nexu urgetur proxime ſuperior, ita, ut, cum eadem ſit ratio reſpectu hujus, & alterius iterum proxime ſuperioris, ac ſic deinceps, quotcunque ex particulis ſurſum diſpoſitis, & inter ſeſe connexis linea iſta conſtet, vis in nexum, & hoc mediante in ipſas particulas ſeu puncta ubique æqualis ſit, & quidem ſemper par vi abſolutæ ipſius ponderis, nempe ſemper eadem, quæ eſt in infimam particulam ponderi primo connexam.

Sic ex. gr. ſive funis, aut chorda, ex qua pondus eſt pendulum, fuerit longior, ſive brevior, præſcindendo a propria gravitate ipſius chordæ, ſi non ſenſibilem habuerit rationem ad ipſum pondus, ſemper erit per omnes partes æqualiter & eodem modo tenſa, quod fieri non poſſet, ſi non in ſingulas partes vires eſſent eædem, quæ in partes ipſi ponderi proximas, id quod ex eo etiam patet, quod, ſive quis ex longiore fu-

niculo pondus pendulum teneat, ſive ex breviore, eandem ſemper ponderis vim in ſupremo funiculi loco, nempe manui applicato percipiat.

§. 80. LEMMA.

Si a linea inflexili A I horizonti parallela pondus M ſuſtineatur in A, vires in nexum ſingularum particularum a, b, c *&c., quæ hic in forma quadratorum mutuo conjunctorum pro faciliori præſentis materiæ intelligentia referuntur, dependenter ab ipſo pondere lineam circa ſuſtentaculum in I urgente creſcunt ab A usque ad idem ipſum ultimum ſuſtentaculum.*

Fig. 18. n. 1 o. Tab. II. Demonstr. Si prima lineæ particula *a* eſſet ab altera *b* avulſa in *m*, eidem tamen adhuc connexa in *n*, & hæc poſterior *b* connexa cum tertia *c* in *o* & *p*, ac, dum ex particula *a* ipſum M eſt pendulum, particula *c* ſuppoſito fulcro ſuſtentetur, pondus M per ipſum ſuum niſum ad deſcenſum ſecundum directionem *m n* ageret in particulam *b* ad eam avellendam ab altera *c*, ſolvendumque nexum in *o* circa *p*: ergo, ſi præter actionem, qua pondus M ſecundum directionem *m n* agit in particulam

culam *b*, daretur adhuc alia actio in nexum *o* ſecundum directionem *om*, vis in duarum particularum *b* & *c* nexum *o* major foret, quam ea, qua, dum particula *b* mediante ſuo nexu in *o* ipſum pondus M ſuſtinet, hoc viciſſim in eam agendo etiam in hunc ipſum nexum *o* præciſe ſecundum directionem *mn* ageret: ſed, ſi jam ſimul etiam ſit particula *a* connexa cum *b* in *m* manente nexu *o* inter *b* & *c*, primo particula *b* æque ut prius adhuc ſuſtinebit pondus M eundem ſuum niſum ſecundum directionem gravitatis AM exercens, ac proin etiam viciſſim pondus M ſecundum hanc directionem eadem adhuc, ſimiliter ut prius, vi aget in nexum *o* circa *p*, & nec aliter in nexum *m* circa *n*, dum nempe particula *a* per ſuum nexum cum *b* manente fulcro in *c* non minus ſuſtentatur, quam ſi ſuppoſitum eſſet fulcrum in *b*, adeoque vis in nexum *m* eadem quoque eſt, quæ in priori caſu erat in nexum *o*, ſecundo autem per eandem ipſam vim, qua pondus M agit in nexum *m* circa *n*, ſimul etiam hoc idem ſecundum directionem *o m* agit in nexum *o*, dependenter a quo ſuſtentatur ipſa quoque particula *a* in *m* connexa cum *b*, vel, quod idem eſt, per eandem vim, qua urgetur nexus *m*, etiam ſecundum directionem *o m* urgetur nexus *o*: *Fig.* 18. *n.* 2°.

ergo, dum pondus M per ſe ſecundum directionem ſui niſus ad deſcenſum, ſeu gravitatis agit in nexum *o* circa *p*, & ſimul eadem inſuper vi, qua urgetur nexus *m*, etiam urgetur nexus *o* ſecundum directionem *om*, vis in nexum *o* major eſt, quam in nexum *m*, & cum porro, ſi ponatur linea ſuſtentari in *d*, particula *c* ſimiliter ſuſtineat pondus M, prout ſecundum directionem gravitatis ad deſcenſum nititur, quemadmodum particula *a* vel *b*, adeoque per hanc actionem ponderis M itidem vis in nexum *q* circa *r* eadem foret, quæ in nexum *m* circa *n*, vis autem in nexum *o*, per quam inſuper ſecundum directionem *q o* urgetur nexus *q*, jam major ſit, quam vis in nexum *m*, vis in nexum *q* tota ſimiliter major erit, quam quæ eſt in nexum *o*; ut proin, cum eadem ſit ratio de viribus in nexum reliquarum particularum deinceps poſitarum usque ad ultimum ſuſtentaculum I, ſi a linea inflexili A I horizonti parallela pondus M ſuſtineatur in A, vires in nexum ſingularum particularum dependenter a pondere lineam circa ſuſtentaculum I urgente creſcant ab A ad ipſum usque ſuſtentaculum ultimum.

Fig. 18. n. 2°. Tab. II.

§. 81. Coroll. I. Quare, ſi hujusmo-

modi linea etiam non foret horizonti parallela, modo ipſa circa ultimum ſuſtentaculum, adeoque & ſingulæ ejus particulæ circa partem nexus ſui mutui inferiorem urgeantur, ſimiliter etiam vires in nexum ſingularum particularum a loco, ubi prima vis eſt applicata, usque ad ultimum terminum vel ſuſtentaculum continuo creſcerent.

§. 82. Coroll. II. Atque hinc ſimul ex præſenti, & præcedenti lemmate habetur diſcrimen, quare, ſi linea duntaxat trahatur, nimirum ſecundum directionem ipſius lineæ, vires per ejusdem partes vel particulas non augeantur, augeantur vero, ſi eadem circa aliquod ſuſtentaculum urgeatur, ita, ut ſucceſſive eo majores evadant, quo magis linea hujusmodi inflexilis ultra ſuum ſuſtentaculum prominet, ſeu quo majus inter hoc & ipſum ex. gr. pondus applicatum fuerit intervallum.

§. 83. SCHOLION. Etſi quidem veritas hujus Lemmatis per commemorata ab initio experimenta dependenter a flexione regulæ elaſticæ, & deductas inde

in hac Sectione Concluſiones ſatis inſuper ſit comprobata, ut eandem tamen adhuc clarius etiam oculis ſubjicerem, parvi ad modum vectis machinam AB Fig. 20. Tab. II. *ex pluribus trabeculis ligneis I. II. III. &c. in directum poſitis ſequenti ratione compoſitam.*

Primo quamlibet trabeculam præter duas extremas complectebatur anſa cum brachiis elaſticis Fig. 20. n. 1°. v s *&* x t *ſurſum erectis, quæ parte ſua inferiori ſeu horizontali* v x *& robuſtiori ipſi trabeculæ, ne flexioni ſit obnoxia, erat inſerta, ac ope clavorum* y *&* z *eidem firmiter conjuncta (prout exhibet fig. 20. n. 2.)*

Secundo brachia anſarum ſurſum erecta & elaſtica omnia erant ejusdem formæ & altitudinis,

dinis 1. dig. 7. lin. ped. Paris., uti & quoad vires elateris, quantum per fabrum obtinere licuit, proxime æqualia.

Tertio in utroque ſimiliter termino cuilibet trabeculæ præter duas extremas, quæ nempe tantum unum requirebant, ad latus agglutinati erant duo indices lignei q *&* r *ſurſum erecti, & altitudinis trium digitorum, ita, ut, dum una trabecula alteri erat conjuncta, etiam ipſi memorati indices ſeſe mutuo proxime contingerent.* Fig. 20. n. 2°.

Quarto ſingulæ trabeculæ (quæ omnes eiusdem proxime longitudinis erant, cum modica aliqua differentia ob rationem inferius §. 93. dandam, & quarum minimæ longitudo erat 1. dig.

6. lin.

6. lin., maximæ vero non omnino ad 1. dig. & 7. lin. accedebat) ita comparatæ invicem jungebantur una alteri membrana inferiori earum ſuperficiei agglutinata, ut una ab altera recedere non poſſet, niſi motu circa aciem inferiorem, tanquam circa axin, ipſa vero brachia elaſtica ſurſum erecta, trabeculis conjunctis ſimiliter ſeſe mutuo contingentia bina & bina in ſuprema ſui parte filo metallino colligata easdem trabeculas continebant, ne ab invicem divellerentur, niſi accedente alia vi, qua eadem ipſa brachia elaſtica ab invicem in intermedio diſtenderentur.

Quinto. Unde jam, cum, quando una trabecula ex. gr. I. ab altera II. circa aciem inferiorem

rem in o *tanquam axin recedit., ſimiliter etiam primæ trabeculæ index F ab indice alterius G recedat angulum F* o *G efficiendo, hoc autem fieri nequeat, niſi per tenſionem vel flexionem brachiorum elaſticorum in ſuprema ſui parte uti* a & b *colligatorum, ita, ut, cum elater tenſus vel compreſſus par ſit vi tendenti vel comprimenti §. 56., brachia iſta pro majori vi magis quoque tendantur vel flectantur, ſeu ab invicem in intermedio diſtendantur, adeoque etiam, dum magis flectuntur brachia elaſtica, majus quoque intervallum F G in ſupremo nempe loco inter utrumque indicem evadat, quantitas intervalli inter duos ejuscemodi indices menſuram quoque virium in elaterem deſcriptorum brachiorum dabit.*

Sex-

Sexto. Sic, dum tenui in ſitu horizontali trabeculam II., & trabecula I. eidem dicto modo conjuncta urgebatur a pondere N 21. unc. applicato in B, intervallum F G inter duos indices, qui prius fuerant conjuncti, erat 53. part., qualium centum unam lineam efficiunt, & dum eadem trabecula urgebatur a pondere triplo majori, ſeu 63 unc. itidem in B appenſo, intervallum F G fuit 167. part., prout ope cunei fui dimenſus, ſive, quod idem eſt, primum intervallum erat ad alterum quam proxime ut 1 ad 3., quæ eadem erat ratio ponderum applicatorum ſeu virium, quibus mediante eadem trabecula I brachium elaſticum a ipſi conjunctum, per hoc vero & alterum b, nempe eidem in ſummitate colligatum urgebatur, ut

ut proin hujusmodi intervalla indicum ipſam quantitatem virium in elaterem brachiorum colligatorum determinarent.

Septimo. Rebus ita paratis, dum 1°. *in ſitu horizonti parallelo tenui trabeculam III. appenſo trabeculæ I. in B pondere* 21. *unc., erat intervallum indicum* F o G o *idem, ut prius, nempe* $\frac{53}{100}$ *lin., intervallum vero H I prioris duplum.*

Octavo. Dum autem 2°. *idem pondus* 21. *unc., applicavi trabeculæ II. in ipſo loco, ubi hæc eadem cum prima jungebatur, retenta, ut prius, in ſitu horizontali trabecula III., intervallum H I erat æquale intervallo F G in priori caſu, ſeu* $\frac{53}{100}$, Fig. 20. Tab. II.

dum datum pondus ſuit applicatum trabeculæ I. in B.

Nono. Ac denique 3°. , *dum tenui trabeculam III. in ſitu ad horizontem directo* , & *idem pondus ipſis brachiis* ao & bo
Fig. 20. Tab. II. *in ſupremitate colligatis in ea a trabeculæ II. ſuperficie* oo *diſtantia , quæ ejusdem longitudini æqualis erat , applicavi , ut nunc directio virium gravitatis ponderis ipſimet trabeculæ II. eſſet parallela, denuo intervallum H I æquale erat intervallo F G in primo caſu (n. ſeptimo.), ſeu, quod idem eſt, vis in elaterem brachiorum* co & do *eadem, quæ erat in elaterem brachiorum* ao, bo *in primo caſu.*

Decimo. Jam vero, cum intervalla indicum ſint ut vires in ela-

elaterem brachiorum (n. quinto & ſexto), brachia vero elaſtica colligata, quibus ipſæ trabeculæ inter ſeſe continentur, ipſum earundem inter ſe nexum referant, eædem quoque vires in nexum erunt, quæ in elaterem brachiorum. Quare etiam, ſi ponantur duo quadrata CDEF & EFGH, ſeu Fig. 19.
II. & III. connexa in E & F, Tab. II.
ac quadratum II. (dum poſtremum ſeu III. tenetur in eo ſitu, in quo ejus latus FH vel EG horizonti eſt parallelum, & latus EF ad eundem perpendiculare) ab appenſo pondere urgeri in C ſecundum directionem CD, ad eum modum, quo trabecula II. in ſecundo caſu, ſeu (n. octavo.), urgebitur jam idem quadratum II. circa F, ita, ut vis in nexum E utrique quadrato II. & III, communem ſit ſecundum dire-

ctionem CE vel EG, ac eadem, quæ foret, ſi ipſa vis ponderis eidem quadrato II. in C ſimpliciter ſecundum directionem CE eſſet applicata, quemadmodum etiam in tertio caſu, ſeu (n. nono.), dum urgebatur trabecula II. ſecundum directionem ſuperficiei OO
Fig. 20. Tab. II. nempe ipſi trabeculæ parallelam, vis in elaterem brachiorum c d, quæ nexum inter trabeculas II. & III. referunt, eadem fuerat, quæ in caſu ſecundo ſeu (n. octavo.), ut proin, ſi præter vim, qua quadratum II. urgetur ſecundum
Fig. 19. Tab. II. directionem CD, idem ſimul etiam circa F urgeretur alia æquali ſecundum directionem CE, vis in nexum E ſecundum eandem directionem CE dupla foret ejus, quæ eſſet, ſi idem quadratum tantum urgeretur una vi, ex. gr.
ſola

ſola vi ponderis, prout eſt ejuſdem lateri CD *applicatum.*

Undecimo. Cum itaque, ſi porro ponantur tria quadrata I. II. III. eſſe connexa, &, dum quadratum III. denuo tenetur in eo ſitu, in quo latera AC, CE, EG horizonti ſint parallela, & quadratum I. urgeri a pondere ejus lateri AB appenſo ſecundum ejuſdem lateris directionem, nempe circa D, vis in nexum C ſecundum directionem AC nunc eadem ſit, quæ prius, ſeu (n. decimo.) fuerat in nexum E, dum urgebatur quadratum II. circa F, ita, ut jam per eandem ſolam vim, quæ eſt in nexum C, (nempe præſcindendo ab eo, quod ipſum quoque quadratum II. per gravitatem ponderis, quam ſcilicet ipſummet peræque ſuſtinet, non mi- Fig. 19. Tab. II.

nus urgeatur, quam quadratum I) ſimul etiam ſecundum directionem CE urgeatur nexus E, erit primo per actionem, qua a pondere ſecundum directionem AB, ſeu ſecundum directionem gravitatis ipſius ponderis urgetur quadratum I., etiam vis in nexum E ſecundum directionem CE eadem, quæ eſt in nexum C; ſecundo autem, cum a pondere applicato ad latus AB inſuper urgeatur quadratum II. circa F, nimirum ſecundum directionem gravitatis ipſius ponderis AB vel CD, ei vi; quæ erat in nexum E dependenter a quadrato I ſecundum directionem CE, jam quoque accedit ſecundum eandem directionem CE nova vis, ut adeo tota vis in nexum E circa F nunc major ſit, ſeu

ſeu dupla ejus, quæ in eundem foret, ſi quadratum II. ſolum urgeretur una vi ex. gr. pondere immediate ejusdem lateri C D applicato, prout in caſu præcedenti (n. decimo.), ad eum nempe omnino modum, quo, dum trabecula III. in ſitu horizontali retinetur, & a pondere trabeculæ I. appenſo in B urgetur brachium elaſticum a o *circa* o, *ſimul etiam brachium* b o *eidem in ſupremitate connexum urgetur ſecundum directionem ipſi trabeculæ II. parallelam, per vim brachii* b o *vero ſecundum hanc eandem directionem elater quoque brachiornm* c o *&* d o *ſimiliter invicem connexorum æque tantum tenditur, quantum is tenderetur dependenter ab eodem pondere ipſius trabeculæ II.* Fig. 20. Tab. II.

extremitati, qua trabeculæ I. contigua eſt, applicato, eandemque ſecundus directionem propriæ gravitatis urgente, ita, ut, dum pondus trabeculæ I. applicatum in B porro etiam trabeculam II. urget circa F, eo ipſo vi priori in elaterem brachiorum co & do *ſecundum directionem ipſi trabeculæ II. parallelam nova vis accedat, adeoque tota, quæ eſt in elaterem horum brachiorum, nimirum* co & do, *ſecundum hanc directionem, dupla evadat, prout (n. ſeptimo octavo, & nono.) fuit relatum.*

Fig. 19. Tab. II. *Duodecimo. Quare cum nexus C una tantum harum virium ſecundum directionem A C urgeatur, vis in nexum E ſecundum directionem CE ad illam ſimiliter erit ut 2 ad 1, prout reipſa etiam per experimentum (n. ſeptimo.)*

expo-

expoſitum evenit, ubi, dum tenebatur trabecula III. in ſitu horizontali urgente pondere in B, intervallum indicum H o *&* I o *duplo majus erat intervallo F G, adeoque & vis in elaterem brachiorum* c o *&* d o *duplo major, quam vis in elaterem brachiorum* a o, b o, *(n. decimo.) quæ ipſa brachia, dum trabeculas I. II. III. continebant, earundem nexum inter ſeſe referebant.* Fig. 20. Tab. II.

Decimo tertio. Undedenique, cum, ſi reliquis inſuper eodem modo junctum eſſet quadratum GHIK, idque ſimiliter ita teneatur, ut latus GI ſit horizonti parallelum manente pondere applicato lateri AB, & ſecundum eandem directionem urgente, 1°. *per vim in nexum* Fig. 19. Tab. II.

E urgebitur nexus G ſecundum directionem E G æqualiter G, & 2°. , cum , prout quadratum II. ſecundum directionem gravitatis ponderi propriam AB vel C D eadem vi urgetur , qua quadratum I ſecundum eandem directionem (n.undecimo.) , ita quoque eadem vi inſuper urgeatur quadratum III. ſecundum illam ipſam directionem , erit ultimato tota vis in nexum G ſecundum directionem E G , vel quod idem eſt , vis in nexum G circa H (n.undecimo.) ad vim in nexum E ſecundum eandem directionem , quæ nimirum ibi eſt ſecundum C E , ſeu circa F , ut 3 *ad* 2 , *nempe æqualis* 2., *prout a vi , quæ jam eſt in nexum E. urgetur ſecundum directionem E G , & inſuper æqualis* 1. ,

prout

prout porro etiam ipſum quadratum III. urgetur a pondere ſecundum directionem gravitatis ejusdem circa H, & ſic deinceps, ita ut vires iſtæ ab uno nexu in alterum a primo incipiendo creſcerent in progreſſione arithmetica 1, 2, 3 &c., quemadmodum id etiam reipſa ita ſe habere per experimentum §. 93. deſcribendum adhuc magis declarabitur; ut proinde, cum, ſive hujusmodi quadrata quoad figuram ponantur majora, ſive exilia nempe ut ipſa puncta in linea, quæ uno ſimplici nexu cohærent, ſemper eadem ſit ratio, veritas lemmatis §. 80. propoſiti cum ſua ratione omnino ſubſiſtat.

§. 84.

§. 84. THEOREMA.

Si linea A I horizonti parallela ſit inflexilis, eaque ſuſtentetur in I. ac directe urgeatur a pondere M in A, vires in nexum ſingularum partium ab A uſque ad I ſunt ſecundum progreſſionem arithmeticam numerorum ordinatim creſcentium, ut 1, 2, 3, 4 &c., ita ut prima ſit par vi abſolutæ ipſius ponderis M ipſam lineam ſecundum directionem normalem urgentis.

Fig. 18. *n.* 2°. *Tab. II.* Demonstr. Particula *a* non minus urgetur tota vi ponderis M, ſive dein ipſa ſuſtineatur mediante nexu cum reliquis, ſive a ſuppoſito jam fulcro in *b* eo ipſo, quod & ipſa viciſſim totam vim ponderis ſuſtineat: ergo, cum, ſive particula *a* concipiatur cum ſequenti *b* connexa in ſolis extremis *m* & *n*, ſive uno eodemque ſimplici nexu, ea tota vis ponderis per eundem nexum ſuſtineatur, vis in hunc nexum per *m n* circa *n* erit par ipſi vi abſolutæ ponderis M, per quam nempe id urget particulam *a*(*ſ*.83.n.*undecimo.*)quare cum vis in nexum particularum continuo creſcat ab A usque ad I §. 80., ita ut vis in nexum *o p* circa *p* ſit duplo major,

in

in nexum *q r* circa *r* triplo major, quam in nexum *m n* circa *n* &c. (§. 83. n. *decimo tertio.*) vires in nexum ſingularum particularum ab A usque ad I ſunt ſecundum progreſſionem arithmeticam numerorum ordinatim creſcentium 1, 2, 3, 4 &c. ita ut prima par ſit vi abſolutæ ipſius ponderis M lineam ſecundum directionem normalem urgentis.

§. 85. Coroll. I. Quia igitur vires in nexum in dicta ratione creſcunt, omnino vis in nexum ad ipſum terminum I erit æqualis facto ex vi abſoluta ponderis urgentis in numerum ſingularum particularum lineæ, ſeu in ipſam ponderis a termino I diſtantiam numero iſtarum particularum commenſuratam, quemadmodum etiam eam vim re ipſa ita ſe habere §. 68. & 70., oſtendimus. Quod idem ob paritatem rationis ſentiendum eſt de omni quoque vi lineæ inflexili directe, ſeu ſecundum directionem normalem applicata, quemcunque dein ipſa linea relate ad horizontem ſitum habeat, quod ſcilicet vis in nexum, ubi ipſa linea ultimato ſuſtentatur, par ſit facto ex eadem linea fulcrum inter, & locum, ubi data vis directe applicata ponitur, comprehenſa in hanc ipſam vim; quæ ea-
dem

dem ratio eſt, cur etiam deinceps ſæpius vectem in ſitu horizonti parallelo ſtatuam, quatenus ſcilicet, cum directio gravitatis ad horizontem normalis ſit, ipſum quoque jam vectis brachium inter locum, ubi pondus, vel vis ponderis eſt applicata, & hypomochlion interceptum diſtantiam illius ab hoc metitur §. 7. ita ut dependenter a pondere applicato vires in nexum ad hypomochlion, ſi ibi vectis ſuſtentetur, per ſe jam æquales ſint facto ex eodem pondere in ipſum vectis brachium.

§. 86. Coroll. II. Et eodem ex capite habetur etiam ipſa cauſa originaria virium, per quas regula, vel linea, ſi ſit elaſtica, per appenſum pondus ita flectitur, ut vires in elaterem tam in locis regulæ intermediis, quam ad ipſum terminum I ſemper ſint, ut factum ex ipſa vi abſoluta ponderis in ejusdem a dato regulæ loco diſtantiam, quemadmodum has vires ita ſe habere conſtat ex §. 68.

SEC-

Sectio Quarta

IPSA ÆQUILIBRII CORPORUM SOLIDORUM CAUSA DETERMINATUR, SIMULQUE AD ALIOS CUM EODEM CONNEXOS EFFECTUS APPLICATUR.

§. 87. LEMMA.

Si lineæ inflexilis AB, & horizonti parallelæ pars AC per appenſum in A Fig. 3. *pondus M circa ſuppoſitum in inter-* Tab. I. *medio C fulcrum urgeatur, ſimulque altera pars quocunque in loco ex. gr. in B immobiliter retineatur, dependenter ub eodem pondere vis in nexum lineæ in ipſo loco C ad eundem circa hypomochlion ſolvendum æqualis eſt facto ex vi abſoluta ponderis in ipſam ejus a fulcro diſtantiam AC.*

Demomstr. Si linea AB immobiliter retineatur in B, ſimulque per ſuppoſitum in C fulcrum ſuſtentetur, pars lineæ AC a pondere M nec magis, nec minus urgetur ad deſcenſum circa fulcrum,

crum, quam ſi eadem linea A B ex altera parte quocunque alio in loco ipſi C viciniore retineretur, ut per ſe patet: ergo & eodem modo pars A C a pondere ad deſcenſum circa fulcrum urgetur, ac ſi linea A B immediate in ipſo C immobiliter ſuſtentaretur parte A C actioni ponderis M relicta: at vero ſi in C immobiliter ſuſtentetur, vis in nexum lineæ in ipſo C eſt æqualis facto ex vi abſoluta ipſius ponderis M in ejusdem diſtantiam A C §§. 70. & 85. ergo in in quocunque loco linea A B ex parte B C immobiliter retineatur, vis a pondere M, urgente ad deſcenſum partem A C, in nexum in ipſo loco C eſt æqualis facto ex ipſa gravitate abſoluta ponderis in ejusdem diſtantiam A C.

Fig. 3. *Tab. I.* §. 88. Coroll. I. Quodſi ergo linea AB immobiliter retineatur in B, dum pars A C a pondere M applicato in A urgetur ad deſcenſum circa C, per eandem vim, quæ eſt in nexum lineæ in ipſo loco C, ſimul pars B C, nempe eo ipſo nexu mediante circa idem C ſurſum urgebitur.

Fig. 3. *Tab. I.* §. 89. Coroll. II. Unde viciſſim, ſi linea A B in A immobiliter retineretur,

tur, & pondus N in B applicatum ejus eſſet rationis, ut vis in nexum in loco C eſſet eadem, quæ in caſu præcedenti, eadem quoque vi, ut prius; pars lineæ A C ſurſum circa C urgeretur.

§. 90. Coroll. III. Quare denique, ſi jam duo pondera M, & N eidem lineæ in A, & B ſimul applicata ejus forent rationis, ut, dum circa ſuppoſitum in C fulcrum pondus M partem lineæ A C, & pondus N partem lineæ B C circa idem fulcrum urget ad deſcenſum, vires dependenter ab utroque pondere in mutuum partium A C, & B C nexum in loco C eſſent æquales, viciſſim etiam utraque lineæ pars A C, & BC quævis per alteram ſimul eadem vi urgebitur ſurſum; ut proin, dum per eundem ipſum nexum lineæ pars A C mediante pondere M ſurſum circa fulcrum urget partem B C, & viciſſim hæc mediante pondere N partem A C, ita, ut vis, qua per hunc nexum adverſus ſeſe mutuo agunt, utrinque ſit æqualis, ſimul utraque hæc pars, ſeu ipſa tota linea una cum appenſis ponderibus circa fulcrum in quiete perſiſtat. *Fig. 3. Tab. I.*

§. 91. THEOREMA.

Si vecti ad horizontem parallelo pondus M applicatum in A ſit ad pondus N applicatum in B, ut B C ad A C, ſeu ſi pondera, eorumque diſtantiæ ab hypomochlio intermedio reciprocent, eadem per virium æqualitatem in communem brachiorum nexum ad ipſum hypomochlion circa idem in æquilibrio erunt.

Fig. 3. Tab. I.

Demonstr. Si pondus M vecti applicatum in A tota ſua vi urgeat brachium vectis A C circa hypomochlion, uti fieret, ſi alterum vectis brachium B C retineretur, vis in communem brachiorum nexum in C dependenter ab eodem pondere foret æqualis facto ex vi gravitatis abſolutæ ipſius ponderis in diſtantiam A C, §. 87, & ob eandem rationem, ſi ſimiliter pondus N urgeat brachium B C in B, dependenter ab hoc pondere vis in illum ipſum nexum communem in C foret æqualis facto ex vi gravitatis abſolutæ ejusdem ponderis N in ejus ab hypomochlio diſtantiam B C, & per conſequens, cum per hypoth. pondera, & diſtantiæ reciprocent, adeoque duo

iſta

iſta facta ſint æqualia, §. 11., etiam vires dependenter a quovis pondere in eundem illum nexum in C æquales forent: ergo, ſi jam quodvis pondus ſimul alteri mediante vecte circa hypomochlion tota ſua vi obnitatur, ſeu quod idem eſt, tota ſua vi vectem urgeat pondus M in A, & N in B, itidem vis in communem nexum brachiorum in C dependenter ab utroque pondere æqualis erit: at vero, cum vecti circa hypomochlion quidem mobili, in ſitu tamen ejus ad horizontem parallelo pondera M, & N in A, & B ponantur applicata ſub ratione diſtantiarum ab hypomochlio reciproca, dum a pondere M per vim in communem brachiorum nexum brachium vectis B C una cum pondere N urgetur ſurſum circa C, pondus N neceſſario tota vi obnititur, & viciſſim, dum a pondere N obnitendo ſimul ſurſum urgetur brachium A C una cum pondere M, ſimiliter etiam tota ſua vi obnititur pondus M: ergo & vis in communem brachiorum nexum ad ipſum hypomochlion dependenter ab utroque pondere æqualis eſt, ita, ut per hanc ipſam mutuam virium æqualitatem ipſe vectis una cum appenſis ponderibus circa hypomochlion in quiete perſiſtat §. 90., ſeu

 quod

quod idem eſt, pondera mediante vecte ſub ratione diſtantiarum ab hypomochlio reciproca ſeſe mutuo circa idem per virium æqualitatem in communem ibidem brachiorum nexum in æquilibrio contineant.

Fig. 2. Tab. I. *§. 92. SCHOLION I. Hanc eandem veritatem confirmat experimentum relatum obſervatione III. §. 5., ubi nempe, dum pondera M & N regulæ elaſticæ in* a, *&* e *ſimul applicata, eorumque diſtantiæ A*i, *&* E*i a fulcro C, quo ipſa regula ſuſtentabatur, reciprocabant, pars regulæ* a i *a pondere M eodem prorſus modo flectebatur, quo in obſervatione I. §. 1. pars regulæ æqualis, & ſimiliter etiam a pondere N pars regulæ* e i, *ac proin tam in uno, quam in altero caſu ob omnimodam rationis paritatem vis in nexum elaſticum in loco* i *dependenter ab utroque pondere æqualis erat §. 62., ut adeo eadem vi, qua pars regulæ* e i *una cum ſuo appenſo pondere N circa fulcrum C mediante nempe partium* e i, *&* a i *mutuo ibidem nexu urgebatur ſurſum a pondere M, viciſſim pondus N partem regulæ* a i *cum ſuo pondere circa idem C ſimiliter ſurſum urgeret, & per hoc ipſum ambo pondera ſeſe in æ-*
Fig. 1. Tab. I. *quilibrio ſuſtinerent, non aliter, ac ſi ab obice immobili in* i, *ut in obſervatione I., ſuſten-*

tare-

taretur pars ei *cum pondere N, aut pars* ai *cum pondere M.*

§. 93. *SCHOLION. II. Eandem ipſam veritatem ut adhuc patentius ad oculum oſtenderem, paravi, ut ſupra jam* §. 83. *ex parte retuli, vectem ex pluribus trabeculis per agglutinatam in infima earum ſuperficie membranam conjunctis, dum eædem ſimul per brachia elaſtica a ſingularum extremitatibus, quibus ſeſe mutuo trabeculæ contingebant, ſurſum erecta, & in ſummitate, uti* ao. bo, co. do, eo. fo, &c. *colligata continebantur, utque experimentum hoc exactius ſuccederet, vectem iſtum ex pluribus partibus ita compoſitum aciei priſmatis impoſui in C, ita, ut ſex trabeculæ, nimirum I. II. III.* Fig. 20. Tab. II.

IV, V, VI. unum brachium, & duæ VII., VIII. alterum efficerent, ſimulque in A, nempe in termino trabeculæ VIII. appendi pondus eousque attemperatum, donec utrumque brachium circa C in æquilibrio conſiſteret, adeoque relate ad æquilibrium ponderum M & N in A & B applicandorum eodem modo vectis ſe haberet, ac ſi ipſemet gravitatis expers foret; quia tamen pro eo ipſarum partium vectis æquilibrio per ipſam propriam earum gravitatem elater brachiorum jam tantum tendebatur, ut indices Ko. Lo, Oo. Po, *&c. qui prius conjuncti, & dein per ſua intervalla, quibus ab invicem recederent, quantitatem virium in elaterem brachiorum dependenter a ponderi-*

bus

bus M & N indicaturi erant (§. 83. n. quinto.), aliquantum ab invicem ſejungerentur, immiſi cuneolos inter filum metallinum, quo ſingula bina brachia elaſtica in ſummitate erant colligata, & ipſum brachium horum alterutrum eo usque, donec dicti indices omnino eſſent conjuncti, quando ipſæ hujus vectis partes cum addito in A pondere circa C æquilibrium tenebant.

Porro trabeculæ non omnes erant ejusdem longitudinis, ita, ut quæ ab hypomochlio C erant remotiores, reliquis exiguo tamen cum exceſſu longiores eſſent, eum nempe in finem, ut, dum appenſis in A & B ponderibus tendebatur elater brachiorum, quæ nexum partium refe-

runt, adeoque & ipſe totus vectis flectebatur, ductis ab infimis cujusque trabeculæ inclinatæ terminis ad horizontalem DE perpendicularibus intervalla 1.2, 2.3, 3. 4. &c. æqualia evaderent, & inde, quam ordinate vires a pondere verſus hypomochlion creſcant, eo magis pateret. Id autem, ut obtinerem, jam prius proxime, quantum potui, ipſam hanc flexionem vectis. & inclinationem ſingularum trabecularum pro caſu æquilibrii circa C duorum ponderum in A & B applicandorum determinaveram. Rebus ita comparatis, dum vectem AB in C, ubi trabeculæ VI. & VII. jungebantur, aciei priſmatis impoſui, eidemque in A appendi pondus M 63. unc., in B vero pondus N 21. unc.

Primo.

Primo. Per eadem pondera *Fig.* 20. *Tab.* II.
tendebatur elater ſingulorum brachiorum ao. bo, co. do, eo. fo, *&c. quæ inſtar nexus ipſas trabeculas continebant, ita, ut, dum ambo pondera M & N circa C in æquilibrio conſiſtebant, intervalla indicum, qui per hæc ipſa quantitatem virium in elaterem brachiorum deſignabant (§. 83. n. qninto.), in hac ſeſe ratione haberent, nimirum F G.* 53. *part., qualium particularum centum duodecimam partem unius digiti ped. Paris., ſeu unam lineam efficiunt, HI* 107. *part., KL.* 160., *O P,* 214., *QR.* 265., *ST.* 314., *VX.* 156., *ut adeo in brachio vectis B C vires in nexum elaſticum ſingularum trabecularum a primo usque ad ſextum, ubi vectis aciei priſmatis innite-*

 batur,

Fig. 20. Tab. II. *batur, omnino quam proxime fuerint in progreſſione arithmetica numerorum ordinatim creſcentium, nempe, ut* 1, 2, 3, 4, 5, 6, *& ſimiliter in brachio A C vis in nexum elaſticum* np *fuerit ad vim in nexum* lm, *ut* 1. *ad* 2., *hoc cum diſcrimine, quod, dum pondus M triplum erat ponderis N, vis in nexum* np (*quem nempe ipſa brachia elaſtica deſcripto modo colligata referebant*) *triplo quoque major fuerit, quam in nexum* ab.

Secundo. Dum appenſo ſolo pondere N in B appreſſo digito tenui trabeculam VH. in eo inclinationis ſitu, in quo erat, dum ambo pondera mediante vecte circa hypomochlion in C adverſus ſe mutuo nitebantur, itidem intervallum indicum S T omni-

omnino idem erat, ut prius, adeoque & vis omnino eadem in brachia elaſtica 1o. mo, *ſeu in nexum, quo duo ipſius vectis brachia A C & B C jungebantur, quod idem ſentiendum de vi in eundem nexum, dum ſimiliter tenetur trabecula VI. appenſo pondere M in A.*

Tertio. In eo ipſo vectis curvati ſitu, in quo pondera M & N erant in æquilibrio circa C, dabatur ipſa quoque ponderum & diſtantiarum ab hypomochlio reciprocatio; dum nempe diſtantia ponderis N ab hypomochlio C, quam in linea horizontali D E intervallum inter D & 6. comprehenſum metitur, erat ad diſtantiam ponderis M ab eodem hypomochlio, quam dat intervallum inter 6. & E, viciſſim ut pon-

Fig. 20. Tab. II. *pondus M ad N, ſeu ut 6. ad 2. vel ut 3. ad 1.; ubi præterea etiam ſingula intervalla D. 1, 1, 2, 2. 3 &c. per normales ab infimis ſingularum trabecularum terminis ad horizontalem D E ductis determinata erant æqualia.*

Quarto. Cum itaque dependenter a pondere N in brachio vectis BC vires in nexum ſingularum trabecularum a primo usque ad ſextum fuerint in dicta progreſſione arithmetica 1, 2, 3, 4, 5, 6 (n. primo.), & diſtantiæ ponderis ab ipſis juncturis trabecularum, nimirum D 1, D 2, D 3 &c. in linea horizontali D E expreſſæ ſimiliter in eadem ratione, rurſus patet vires in nexum partium lineæ, vel regulæ inflexilis, aut elaſticæ & flexilis, dum eadem in ſitu transverſo pondus ſuſtinet, ſem-

ſemper eſſe in ratione diſtantiarum ipſius ponderis a dato loco regulæ usque ad ipſum fulcrum, ubi ipſamet ultimato ſuſtentatur.

Quinto. Et quia pondera, eorumque diſtantiæ ab hypomochlio in C erant in ratione reciproca (n. tertio.), ac, ſive ambo pondera adverſus ſe mutuo mediante vecte nitantur circa C, ſive, dum tenetur trabecula VII., ſeorſim ſuſtineatur pondus N applicatum in B, aut pondus M in A tenendo trabeculam VI, vis in brachia elaſtica 10.mo *pro utroque caſu eadem erat (n. ſecundo), denuo habetur, dependenter ab utroque pondere vecti hinc & inde applicato, ſi ea fuerint in ratione diſtantiarum ab hypomochlio reciproca, vires in communem utriusque brachii nexum, nempe ubi*

vectis

vectis hypomochlio innititur, æquales eſſe, dum nimirum utrinque vires usque ad hypomochlion creſcunt & in ratione diſtantiarum (n. quarto.) & in ratione ponderum (n. primo.); ſive in ratione compoſita ponderum ac diſtantiarum, ut proin vires ſint ut facta ex ponderibus in ſuas diſtantias, adeoque ad ipſum hypomochlion æquales, ſi pondera & diſtantiæ reciprocent. §. 11.

Sexto. Denique, cum pondera vecti applicata adverſus ſeſe mutuo non agant, niſi mediante vecte circa hypomochlion, ſeu niſi per vires, quibus agunt in nexum partium vectis, per quem nexum, dum per unum vectis brachium, quod a ſuo pondere circa hypomochlion urgetnr deorſum, alterum urgetur ſurſum, ac viciſ-

viciſſim, ſimiliter iterum conſtat æquilibrium ponderum vecti applicatorum ultimato haberi per ipſam æqualitatem virium in communem utriusque brachii nexum in ipſo hypomochlio, quæ nempe æqualitas tunc datur, quando pondera & diſtantiæ reciprocant. (n. quinto).

De cætero, quomodo vires in nexum partium corporis etiam in latum & altum extenſi ulterius ſe habeant, inferius Sectione Quinta enucleatius declarabitur.

§. 94. Coroll. I. *Cum itaque, ſi vires dependenter ab utroque pondere vecti applicato in communem nexum brachiorum ad ipſum hypomochlion æquales ſint, pondera per hanc virium æqualitatem ſeſe circa idem hypomochlion in æquilibrio mediante vecte contineant* §. 91., &, *ſi pondera lineæ inflexili directe ſint applicata, ſive dein ea ſit horizonti*

zonti parallela, ſive quomodocunque inclinata, vis in nexum ad ipſum fulcrum, vel hypomochlion, circa quod linea urgetur, ſemper æqualis ſit facto ex ipſa vi ponderis ipſi lineæ directe applicata in ejusdem a fulcro diſtantiam §. 85. *ſeu in lineam inter locum, ubi pondus directe applicatum ponitur, & fulcrum comprehenſam* §. 7., *facta autem iſta, ſi pondera, eorumque ab hypomochlio diſtantiæ reciprocent, ſint æqualia* §. 11., per eandem ipſam virium æqualitatem in communem brachiorum nexum ad hypomochlion, per quam pondera vecti ad horizontem parallelo directe applicata circa illud ſunt in æquilibrio, ſi nimirum ipſa eorumque ab eodem hypomochlio diſtantiæ reciprocent §. 91., etiam in quocunque vecte angulari, ſi pondera ejusdem brachiis directe applicata eorumque ab hypomochlio diſtantiæ ſimiliter reciprocent, circa idem hæc ipſa pondera in æquilibrio ſe continebunt.

Fig. 3. Tab. I. Ut proinde per eandem cauſam, per quam pondera M & N in vecte primi generis ad horizontem parallelo circa hypomochlion C ſunt in æquilibrio, *Fig. 5. Tab. I.* etiam tam in vecte angulari primi generis *a* CB pondera D & N ejusdem brachiis *a* C & BC in *a* & B directe applica-

plicata circa C in æquilibrio ſe continent, ſi nempe fuerit D ad N ut B C ad a C, quam in vecte angulari ſecundi generis pondera N & D circa A, ſi ſimiliter fuerit N ad D ut E A ad B A, *Fig.* 21. ſeu, quod idem eſt, ſi pariter pondera *Tab.* II. hujusmodi vecti directe applicata eorumque ab hypomochlio diſtantiæ reciprocent, ac per conſequens, ſi eadem pondera, quæ vecti primi generis applicata circa hypomochlion ſeſe mutuo ſuſtinent, vecti ſecundi generis ex. gr. rectangulari ſub iisdem ab hypomochlio diſtantiis directe applicentur, etiam circa hoc ab æquilibrio non recedant.

§. 95. Coroll. II. *Quoniam porro, ſi vectis ſitum horizontalem teneat, ſive ex. gr.* Fig. 3. *pondus N ſit in æquilibrio circa C cum pon-* Tab. I. *dere M, ſive hoc ipſo pondere M ablato brachium A C in eodem vectis ſitu immobiliter retineatur in A, pondus N in communem nexum in loco C eandem vim mediante brachio B C exercet, nimirum æqualem facto ex ipſa vi abſoluta ponderis N in ejusdem* a *C diſtantiam* §. 87. & 91., *ſimiliter, ſi jam appenderetur in A pondus, quod ad pondus N majorem haberet rationem, quam diſtantiarum reciprocam, nihilominus a pondere N in hoc primo vectis ſitu eadem adhuc vis foret in nexum in loco C, quæ prius,* ut

proin(*cum viciſſim pondus M applicatum in A in nexum ibidem ſeu in loco C magis agere nequeat, quam in quantum ipſummet per eundem nexum retinetur, & ſuſtinetur dependenter a pondere N, adeoque non niſi ea vi, quæ foret a pondere in A applicato, & cum pondere N reciprocam diſtantiarum ab hypomochlio C rationem habente §. 91.*), ſi pondus M applicatum in A ad N in B majorem habuerit rationem, quam diſtantiarum a C reciprocam, id ſecundum hunc ſuum exceſſum non amplius ſuſtineatur, & per conſequens etiam ejus vis in nexum communem brachiorum ad ipſum hypomochlion, utut gravitate ſua excedat, ea ſit duntaxat, quæ præciſe reſpondet vi alterius ponderis applicati in A pro data diſtantiarum ab hypomochlio C ratione reciproca ponderi N commenſurati, ita, ut dein reliquæ vires ponderis M quoad exceſſum in motum utriusque ſimul, nempe & ſuummet & ponderis N pro ratione maſſarum ac diſtantiarum, uti & ipſius vectis, prout gravitate præditus eſt, diſtribuantur & impendantur.

Fig. 3. Tab. I. §. 96. Coroll. III. *Similiter, cum vis in nexum vectis in loco C itidem eadem ſit, ſive ambo pondera M & N ſub ratione diſtantiarum a C reciproca in A & B vecti*

appli-

applicata ſimul agant in ejusdem brachia, ſive ablato ex. gr. pondere N vectis in B retineatur ab obice immobili, agente jam ſolo pondere M §. 87. & 91. (idque etiam ideo, quia nempe quodvis ponderum, ſi circa C ſint in æquilibrio, reſpectu alterius non aliter ſe habet, ac obex immobilis, hoc ipſo, quod cujusvis actio adverſus alterum ultimato major non ſit, quam ut præciſe & adæquate alterius actionem circa C ſuſtineat, prout obex immobilis), nulla autem actio in nexum partium vectis circa C dari poſſit ex. gr. dependenter a pondere M, niſi ex oppoſita parte, uti in B, vectis retineatur, quam primum pondus M vecti annexum in A incipit exercere ſuum niſum ad deſcenſum, mox ſimul, dum interpoſitum eſt fulcrum in C, etiam incipit vectem urgere in obicem, (quem hic immobilem in B applicatum pono) & per conſequens etiam in ipſum fulcrum in C, ita, ut, cum obex non cedat, vectis ad utrumque jam extremum, licet ſolo pondere M agente in A, ſimul urgeri incipiat, non ſecus, ac ſi utrinque pondus eidem eſſet appenſum. Quia vero, ſive brachium B C urgeatur in B ſurſum verſus obicem immobilem, ſive ipſe obex ponatur quidem mobilis, ſed ita, ut eadem vi, qua brachium B C ibidem ſurſum urgetur in obicem, ipſe obex ſimul deorſum idem brachium urgeat, hujus extremum B ſemper æque immobiliter perſiſteret,

prout ſit, ſive ex. gr. unum corpus mobile non elaſticum agat in obicem immobilem, ſive aliud mobile ſimul eidem æquali vi obnitatur, omnia prorſus eodem modo ſe habent circa vires in nexum partium vectis pro caſu, quo brachium BC ab obice immobili in B retinetur, & alterum AC urgetur a pondere M in A, ac ſi ibidem nimirum nimirum in B appenſum eſſet pondus N continuo cum pondere M æquilibrium circa C conſervans, ac viciſſim.

Unde jam 1°. ex. gr. a pondere M brachii BC extremum B circa C ea vi urgetur in obicem immobilem, quæ par eſt vi abſolutæ ponderis N applicati in B, & in æquilibrio cum pondere M circa C exiſtentis, *hoc ipſo etiam, quod, dum pondus N in B cum pondere M in A in æquilibrio circa C exiſtit, illudque, nempe pondus N eo ipſo tota ſua vi brachium B C deorſum urget, viciſſim, ſi idem pondus N indè aufferatur, jam idem brachium B C in B ea ipſa vi, quæ par eſt vi ponderis N, dependenter a pondere M in obicem agatur, ac per conſequens vectis extremum B, dum ſuſtinetur ab obice, æque tantum urgeatur dependenter a pondere M circa C, quantum urgeretur ab ipſo pondere N, ſi hoc ibidem, nimtrum in B foret appenſum,* & ob eandem rationem, ſi viciſſim a

Fig. 3. Tab. I.

pon-

pondere N extremum vectis A circa C agatur in obicem immobilem, idem vectis extremum, vel obex ea vi urgebitur, quæ par foret vi gravitatis abſolutæ ponderis M.

Et 2° . Si regula, vel linea vectem referens ſit flexilis & elaſtica, utrumque brachium BC, & AC ſuppoſito fulcro in C eodem modo flectitur a ſolo pondere M in A, dum alterum extremum B ab obice immobili retinetur, quo flecteretur, ſi in B appenſum eſſet pondus N cum pondere M æquilibrium conſervans, & viciſſim. *Fig. 3. Tab. I.*

Atque hæc ipſa geminis quoque experimentis confirmantur, dum nempe per unum relatum §. 17. Obſerv. X., ſi vectis ſuffulciatur in A, eidemque in B applicatum ſit pondus N, in C vero ſtatera elaſtica P, elater ſtateræ mediante vecte circa A dependenter a pondere N æque tantum comprimitur, quantum idem directe comprimeretur a pondere ipſi ſtateræ immediate appenſo, quod foret ad pondus N, ut B A ad C A, ſeu quod vecti applicatum cum pondere N ob ipſam diſtantiarum reciprocationem in æquilibrio circa A exiſteret. *Fig. 9. Tab. I.*

Fig. 2. Tab. I. Per alterum vero experimentum relatum §. 6. obſerv. IV., ſi regula flexilis, & elaſtica fulcro C innixa in *i* immobiliter retineatur in *e*, & eidem applicatum ſit pondus M in *a*, eadem quoad utramque partem *ei* & *ai* eodem omnino modo flectitur, acſi etiam in *e* appenſum eſſet pondus N in æquilibrio cum pondere M circa fulcrum C exiſtens.

Fig. 3. Tab. I. §. 97. Coroll. IV. *Quia vero juxta præcedens corollarium, ſi vecti ſolum ſit applicatum ex. gr. pondus M in A, ab hoc circa hypomochlion in C alterum vectis extremum B eadem vi urgetur in obicem immobilem, qua idem extremum urgeretur deorſum a pondere N ibidem, nempe in B applicato, & ad pondus M rationem diſtantiarum ab hypomochlio reciprocam habente, & per conſequens utrumque vectis extremum pro utroque caſu* (ſive nimirum ambo ſimul pondera M, & N in æquilibrio circa hypomochlion exiſtentia vecti in A, & B ſint applicata, ſive unum duntaxat ex. gr. pondus M in A, ita, ut alterum vectis extremum B ab obice retineretur) *eodem modo urgetur, quin hoc fieri poſſit citra preſſionem in hypomochlion intermedium*, pariter tam pro uno, quam

pro altero caſu quantitas actionis, vel preſſionis in hypomochlion æqualis erit.

§. 98. LEMMA.

Si duo vectes rectangulares ACR & BCS, quorum brachia RC & SC æqualia, in C per axin vel alia ratione ſint connexi, ita ut duo brachia AC & B C deorſum circa idem C ad ſe mutuo poſſint accedere, ac per conſequens reliqua duo RC & SC ab invicem recedere, atque hac ratione connexi ſimul in eodem loco C hypomochlio D innitantur, ac porro pondus M applicatum in A ſit ad pondus N applicatum in B, ut BC ad AC, ſeu in ratione diſtantiarum a C reciproca, item pondus P mediante funiculo circa trochleam q *directe applicatum vecti ACR in R itidem ad pondus M habeat rationem diſtantiarum a C reciprocam, ſeu ſit ad pondus M ut AC ad RC, & ſimiliter pondus O vecti BCS annexum in S ad pondus N ſit ut BC ad SC,* Fig. 22. Tab. II.

1°. *erunt pondera O & P æqualia,*

2°. Hisce mediantibus, dum pondera M & N niſu ſuo ad deſcenſum circa C brachia RC & SC ſejungere nituntur, hæc eadem conjuncta perſeverabunt,

3°. Denique vis preſſionis vel gravitationis in ipſum hypomochlion D par erit vi gravitatis abſolutæ ponderis, quod ſummæ ponderum M & N foret æquale.

Fig. 22. Tab. II. DEMONSTRATUR. 1. pars. Cum ſit per hypoth. pondus M ad N ut B C ad A C ſeu M : N = BC:AC, erit factum M×AC = facto N×BC §. 11., & ob eandem rationem, cum ſimiliter ſit M:P = RC : AC, erit quoque factum M×AC = facto P×RC, eademque de cauſa N×BC = O×SC, adeoque ob N×BC = M×AC = P×RC etiam factum O×SC erit = P×RC: ergo, cum brachia R C & SC per hypoth. ſint æqualia, erunt denique etiam pondera O & P æqualia.

2. Pars. Cum ob reciprocationem diſtantiarum & ponderum M & P in vecte ACR eadem pondera circa C ſint in æquilibrio §. 94., & ob eandem ratio-

tionem etiam pondera N & O in vecte BCS, neque pondus M divellet brachium CR a brachio CS, hoc ipſo, quod æquali vi retineatur a pondere P, neque pondus N retrahet brachium CS a brachio CR, eo ipſo, quod denuo eadem vi contineatur a pondere O: ergo quantumcunque pondera M & N ad brachia CR & CS circa C ſejungenda nitantur, eadem tamen conjuncta perſeverabunt.

3. Pars. Neque pondus O, neque pondus P agunt in hypomochlion D, cum tantum agant ſecundum directionem horizontalem, nempe mediantibus funiculis, *q* R & *v* S ad continenda brachia RC & SC: ſed neque pondus M, prout circa C nititur adverſus pondus P, uti nec pondus N, prout nititur adverſus O, agit in hypomochlion D, eoquod ſcilicet per actionem ponderum M & N adverſus P & O mediantibus vectibus ACR & BCS duntaxat ipſi vertices eorundem in C adverſum ſe mutuo, brachia vero RC & SC ad ſejunctionem circa C urgeantur: ergo, cum tamen actio in hypomochlion D aliunde eſſe nequeat, quam a ponderibus M & N, hæc autem in illud per nil aliud agere valeant, quam

præciſe per hoc, quod pondera M & N per unam eandemque ſuam vim directam, qua vectem ACB ex duobus ACR, & BCS compoſitum (dum ob æqualitatem virium ponderum O & P brachia RC & SC circa C ab invicem divellere nequeunt) in A & B deorſum urgent, eundem etiam hoc ipſo in hypomochlion urgeant, ut proin vis in ipſum hypomochlion non alia ſit, quam quæ eſt a tota vi directa utriusque ponderis M & N, & per conſequens par vi ponderis directe in hypomochlion prementis, quod ipſum æquale foret ſummæ ponderum M & N.

Fig. 22. *Tab.* *II.* §. 99. Coroll. I. Quare, ſi ablatis jam ponderibus O & P duo brachia RC & SC in R & S ſint colligata, ipſa pondera M & N circa hypomochlion D in æquilibrio perſeverabunt, eandemque, ut prius, vim preſſionis in idem hypomochlion exercebunt, *quatenus nimirum, ſi ex. gr. brachium BC immobiliter retineretur, vis in illum nexum ad R & S dependenter a pondere M nunc eadem foret, quæ prius adverſus pondus P, a quo ſuſtinebatur, & ſimiliter dependenter a pondere N eadem, quæ adverſus pondus O, ac proin, cum ambo pondera O & P fuerint æqualia, pondera vero M & N jam non*

niſi

niſi mediante dicto nexu adverſum ſeſe mutuo circa hypomochlion D agant, ob ipſam virium in hunc nexum æqualitatem non minus ſeſe circa hypomochlion in æquilibrio continebunt ac pondus M continebatur a pondere P, & pondus N ab O, & ſimul, dum circa C in mutuum nexum agendo ſeſe in æquilibrio circa hypomochlion conſervant; vectem in hoc ipſum urgere pergent eadem ut prius vi, nempe æquali vi abſolutæ gravitatis ponderis, quod ſummæ ipſorummet duorum ponderum M & N æquale foret.

§. 100. Coroll. II. Atque hinc porro, ut patet, vectis ita compoſitus, nempe ex duobus rectangularibus deſcripto modo colligatus omnino cum vecte ſimplici congruit, ita, ut, quæ uni conveniunt, eadem ex iisdem principiis alteri quoque competant, per quod ipſum etiam theorema §. 91. propoſitum adhuc magis illuſtratum apparet, quod ſcilicet duo pondera vecti ſimplici applicata ſeſe mutuo circa hypomochlion intermedium in æquilibrio ſuſtineant, præciſe per æqualitatem virium, quibus in communem utriusque brachii nexum circa hypomochlion agunt, quæ tamen virium æqualitas tantum tunc datur, quando nempe pondera, eorumque ab hypomochlio di-

diſtantiæ reciprocant, ut §. primum citato oſtendimus.

§. 101. THEOREMA.

Vis preſſionis in hypomochlion, ſeu qua vectis a duobus ponderibus circa illud in æquilibrio exiſtentibus in idem urgetur, par eſt vi gravitatis abſolutæ amborum ſimul ſumptorum.

Fig. 3. *Tab. I.* Demonstr. Dum pondera M & N vecti applicata eo mediante adverſus ſeſe circa hypomochlion nituntur ita, ut per virium æqualitatem in communem utriusque brachii nexum in C ſeſe mutuo ſuſtineant, ſimul eadem ipſa vi, qua ab ipſis brachia vectis urgentur in A & B, etiam ipſum vectem urgent in hypomochlion: §. 99. ſed hæc ipſa vis eſt vis eorum abſoluta, qua nempe ad deſcenſum nituntur: ergo vis preſſionis in hypomochlion, ſeu qua vectis in id ab utroque pondere ſimul urgetur, par eſt vi gravitatis abſolutæ amborum ponderum ſimul ſumptorum. Quod ipſum etiam ex §. cit. & ſequenti manifeſtum eſt.

§. 102. Coroll. I. Eadem de cauſa, ſi plura pondera vecti ſint applicata, &

& circa datum vectis punctum æquilibrium teneant, ibidem vis gravitationis in hypomochlion par erit vi abſolutæ ex ſumma omnium ponderum; ut proinde, cum centrum gravitatis corporum connexorum ſit punctum, circa quod, ſi in eo ſuſtineantur, in æquilibrio exiſtunt, in hoc gravitatis centro totam vim corporum ſuſtinendo experiamur.

§. 103. Coroll. III. Cum quantitas preſſionis in hypomochlion ſit eadem, ſive duo corpora M & N vecti applicata in A & B circa illud ſint in æquilibrio, ſive ex. gr. ablato pondere N vectis in B ab obice immobili retineatur §. 97., itidem pro hoc poſteriore caſu quantitas preſſionis in hypomochlion par erit vi ſummæ ponderum M & alterius, quod applicatum in B cum pondere M circa hypomochlion æquilibrium conſervaret. *Fig. 3. Tab. I.*

Atque hinc jam 1°. habetur ratio experimenti Obſerv. IX. §. 15. relati, quod ſcilicet, ſi vectis B C in C ita retineatur, ut ibi elevari nequeat, idem vectis in A dependenter a ſolo pondere N applicato in B æque tantum deorſum urgeatur, quantum (ſi in A ſuppoſitum *Fig. 7. Tab. I.*

tum

tum eſſet fulcrum, & in C amoto obice applicatum pondus, quod cum pondere N circa dictum fulcrum foret in æquilibrio) vectis in idem fulcrum urgeretur ab utroque hoc pondere, nempe ea vi, quæ par eſt vi gravitatis abſolutæ iſtorum amborum ſimul ponderum, ut itaque, ſi in A applicata ſit ſtatera elaſtica M, dependenter a ſolo pondere N mediante vecte mobili circa C elater ſtateræ æque tantum urgeatur, & comprimatur, quantum a pondere directe eidem appenſo, quod par foret ſummæ duorum primum dictorum ponderum, & per conſequens etiam, ſi in A ad eum modum, ut videre eſt in Fig. 6., loco ſtateræ M vecti applicatum eſſet pondus æquale ſummæ horum duorum ponderum eundem ſurſum urgens, vectis in loco A in utramque partem urgeatur æqualiter, nempe a pondere N deorſum, & ab altero pro ſtatera ſubſtituto ſurſum.

Fig. 9. *Tab. I.* Nec minus 2°. datur ratio experimenti Obſerv. X. §. 17. relati; *cum enim dependenter a pondere N tam ipſe vectis B C circa C urgeatur deorſum in A, quam ejus extremum C circa A ſurſum, ita*

ut

ut vis, qua hoc ſurſum urgetur, ultimato par ſit gravitati abſolutæ ponderis, quod applicatum in C circa A in æquilibrio foret cum pondere N §. (96. n. *1°* .), *vis autem, qua ipſe vectis in A circa C deorſum agitur, itidem æqualis ſit vi gravitatis abſolutæ ponderis, quod memorata primum duo pondera ſimul ſumpta adæquat, ut ex præſenti Corollario patet*, ſimiliter ſi jam vecti in C applicata ſit ſtatera elaſtica P, & in A ſtatera elaſtica M, ultimato dependenter a ſolo pondere N utriusque ſimul elater tantum comprimitur, quantum ſeorſim comprimeretur elater ſtateræ P a pondere eidem directe appenſo, quod foret cum pondere N circa A in æquilibrio §. 96., ſeu quod idem eſt, quod foret ad pondus N ut B A ad C A §. 91., elater vero ſtateræ M ea vi, quæ par foret vi directæ, & abſolutæ duorum iſtorum ponderum ſimul ſumptorum.

Ac 3°. denique, cur juxta experimentum Obſerv. VI. §. 12. relatum, ſi fuerit pondus M ad pondus N, ut B C ad A C, ſeu in ratione diſtantiarum a C reciproca, pondus D vero æquale ſummæ duorum iſtorum ponderum, omnia ſeſe in quiete, ſeu æquilibrio ſuſtineant; *quia nimirum, ſi vecti ſuppoſitum* *Fig. 4. Tab. I.*

ſit

ſit fulcrum in C, primo pondera M & N per ſe circa C æquilibrium conſervant §. 91., & *quia ſecundo mediante vecte in fulcrum ea vi agunt, quæ par eſt vi gravitatis abſolutæ amborum ſimul ſumptorum* §. 101., *adeoque tertio, ſi jam ablato fulcro circa trochleam E mediante funiculo vecti in C annexum ſit pondus D itidem par ſummæ duorum ponderum M & N, etiam hæc cum pondere D æquilibrium tenebunt, eoquod nempe ab iſto vectis in C tantum ſurſum urgeatur, quantum deorſum urgetur ab illis, ita ut ſimul eodem modo circa C ſurſum urgeri pergat pondus N dependenter a pondere M, & viciſſim pondus M ab N, ac ſi in C fulcrum eſſet ſuppoſitum.*

§. 104. LEMMA.

Fig. 4. Tab. I. *Si ablatis ponderibus M & N (quorum ſumma æqualis eſſet ponderi D, ita, ut eadem ſimul circa C æquilibrium tenerent) utrumque vectis extremum A & B ab obice immobili retineatur, & vectis in C urgeatur ex. gr. ſurſum a pondere D, vis, qua extremum B ageretur in obicem, par foret vi gravitatis abſolutæ ponderis N, & ſimiliter vis, qua extremum A in ſuum obicem urgeretur, vi gravitatis abſolutæ ponderis M.*

De-

Demonstr. Si vectis in C urgeatur ſurſum, mox etiam utrumque ejus extremum in ſuum quodvis urgetur obicem, ita, ut, ſi ex. gr. extremo B appenſum foret pondus N quoad vim gravitatis abſolutæ par vi, qua idem extremum in obicem agitur, ipſi vero vecti ſuppoſitum fulcrum in C, ab hoc ipſo pondere idem vectis, dum is retineretur in A, in hoc fulcrum ea vi urgeretur, quæ par foret vi gravitatis abſolutæ ponderum N, & alterius ex. gr. M, quod vecti applicatum in A cum ipſo N circa C æquilibrium tueretur §. 103.; ergo viciſſim, ſi ipſe vectis in C urgeatur ſurſum a pondere D, & utrumque vectis extremum retineatur ab obice immobili, vis, qua extremum B in obicem agitur, par erit vi gravitatis abſolutæ ponderis N, quod una cum pondere M applicato in A, prout ambo circa C in æquilibrio forent, ipſum pondus D æquaret; ut proin, cum eadem ſit ratio quoad vim, qua extremum vectis A in ſuum obicem agitur, hæc itidem æqualis ſit vi gravitatis abſolutæ ponderis M.

§. 105. Coroll. I. Quare, cum vectis extremum B, dum ipſemet a pondere D urgetur ſurſum, ea vi agatur in obicem, quæ (ſi ponatur ſummam *Fig. 4. Tab. I.*

L pon-

ponderum M, & N utrique vectis extremo, nempe A, & B, applicatorum eſſe æqualem ponderi D, eademque ſimul eſſe in æquilibrio circa C, ac proin M ad N ut BC ad A C §. 91.) par foret vi gravitatis abſolutæ ponderis N, ſi jam hoc ipſum pondus vecti in B eſſet appenſum, vectis in eodem extremo eadem vi ageretur ſurſum a pondere D, qua ibidem a pondere N ageretur deorſum, ſi nempe alterum extremum A retineretur, quod idem viciſſim, ut patet, etiam ſentiendum de pondere M.

Fig. 4. *Tab. I.* §. 106. Coroll. II. Atque hinc, cum idem ſit, ſive vectis in C ſurſum, ſive deorſum urgeatur, dum ambo ejus extrema ſuſtinentur, ſimul etiam habetur ratio, cur, ſi duo pondus ex pertica in intermedio pendens bajulent, pondus geſtandum in utrumque ita diſtribuatur, ut vis, quam unus bajulorum ex. gr. in A experitur, ſit ad vim, quam alter ſentit ex. gr. in B, reciproce, ut diſtantia cujusque a loco perticæ ex. gr. C, ubi hæc a pondere deorſum urgetur, eoquod ſcilicet duo pondera M & N, dum ſimul ſumpta ponderi D in C applicato ſunt æqualia, ac mutuo circa C in æquilibrio, ſint ut

vires

vires, quibus extrema vectis A & B a pondere D urgentur §. 104., & ob ipſum ſuum circa C æquilibrium ipſamet, eorumque diſtantiæ a C reciprocent §. 91.

§. 107. LEMMA.

Si fuerit pondus M ad N, ut B C ad A C, & pondus D par ſummæ amborum ponderum, erit etiam pondus M ad pondus D ut B C ad A B, pondus N vero ad idem, ut A C ad A B.

DEMONSTR. Cum, ſi fuerit M ad N, ut BC ad AC, etiam ſit permutando N : M = A C : BC Eucl. l. 5. p. 16., & componendo N + M : M = AC + BC : BC Eucl. l. 5. p. 18., ac rurſus permutando M : N + M = B C : AC + BC, N + M vero ſit ipſa ſumma ponderum N & M, & hæc æqualis ponderi D per hypoth., AC + B C autem = AB, erit pondus M ad pondus D, ut BC ad A B, & ob eandem rationem etiam pondus N ad pondus D ut A C ad AB. *Fig. 4. Tab. I.*

§. 108. COROLL. Ergo viciſſim, ſi fuerit pondus M ad pondus D, ut B C *Fig. 4. Tab. I.*

ad AB, & pondus N ad pondus D, ut AC ad AB, erit quoque M ad N ut BC ad AC, & pondus D par ſummæ ponderum M & N.

§. 109. THEOREMA.

Si in vecte ſecundi generis duo pondera D & N, quorum primum vectem in C ſurſum, alterum vero in B deorſum circa A tanquam axin urget, eorumque diſtantiæ ab eodem A reciprocent, eadem mutuo in æquilibrio erunt.

Fig. 6. Tab. I.

DEMONSTR. Cum, ſi fuerit pondus N ad pondus D ut CA ad BA, vel quod idem eſt, ſi fuerint hæc duo pondera in ratione reciproca ſuarum diſtantiarum ab axi, etiam erit pondus N ad aliud ex. gr. M, quod applicatum in A cum pondere N foret in æquilibrio circa C, ut AC ad BC §. 91., & pondus D par ſummæ horum duorum ponderum §. 108.: ſed hoc poſito, dum vectis BA in A retinetur, ita, ut ibidem duntaxat tanquam circa axin ſit mobilis, idem vectis, qua vi a pondere D urgetur ſurſum in C circa A, eadem quoque vi a pondere N ibidem urgetur deorſum (§.103. n. 1°.) & ſimiliter

militer in B eadem vi agitur a pondere D, qua ibidem deorſum agitur a pondere N §. 105., ac per conſequens ambo pondera D & N ſeſe in æquilibrio ſuſtinent tam prout mediante vecte adverſus ſe mutuo agunt in C, quam in B: ergo, ſi pondera D & N vecti ſecundi generis applicata eorumque diſtantiæ ab axi C reciprocent, prout mediante vecte adverſus ſe mutuo agunt, eadem in æquilibrio erunt, ſive dein pondus axi vicinius vectem urgeat ſurſum, & alterum deorſum, vel viciſſim, ut patet.

§. 110. Coroll. *Quoniam, ſi vectis B A ſuſtentetur in C, eo mediante pondus N in B eam vim circa C exercet in fulcrum vel obicem A, quæ par eſt vi gravitatis abſolutæ ponderis, quod vecti applicatum in A cum ipſo N circa C foret in æquilibrio, ſeu, quod eſſet ad pondus N ut B C ad A C* (§. 96. n. 1°.), *ac ſimiliter, ſi idem vectis retineatur in B, ipſumque pondus D æquale foret ſummæ duorum, quorum unum N in B, & alterum in A circa C in æquilibrio conſiſterent, vis, quam pondus D vecti applicatum in C eo mediante in obicem vel fulcrum A exerit, æqualis eſt vi gravitatis abſolutæ ponderis, quod itidem ad pondus N eſſet ut B C ad A C* §. 104., *&, quia* *Fig. 6. Tab. I.*

porro vectis B A non minus retinetur a pondere D in C reſpectu ponderis N deorſum urgentis, ac ſi is aliunde in C ſuſtentaretur, uti etiam a pondere N in B reſpectu ponderis D ſurſum urgentis non ſecus, ac ab alio quocunque obice, ſi quidem fuerit pondus D ad N, ut A B ad A C, hoc ipſo, quod dein ambo mediante vecte ſeſe mutuo ſuſtineant §. 109., adeoque & ipſum vectem, nempe pondus D in C, ne deprimatur a pondere N, & pondus N in B, ne elevetur a pondere D, erit in vecte ſecundi generis, ſi pondera N & D in æquilibrio conſiſtant, ſeu, ſi fuerit N ad D ut A C ad A B, vis in ipſum fulcrum A dependenter ab utrovis pondere ad vim gravitatis abſolutæ ponderis remotioris N ſemper ut B C ad ad A C, vel ad vim gravitatis abſolutæ ponderis fulcro propinquioris D ut B C ad A B §. 107.

§. 111. LEMMA.

Si pondus M a linea inflexili ad horizontem inclinata ex. gr. C B ſuſtineatur, id in hanc per ipſum ſuum niſum ad deſcenſum ſecundum directionem gravitatis uti B M duplicem exercet actionem, nempe & trahendo, & urgendo circa ſuſtentaculum in C, a quo linea immobiliter retineri ponitur.

DE-

Demonstr. Si corpus M eſſet pendulum ex. gr. ex linea A C ad horizontem perpendiculari, illud in hanc duntaxat ageret trahendo, hoc ipſo, quod, dum corpus mediante linea in C ſuſtentatur, ipſa quoque linea cum directione gravitatis corporis congrueret; ſi vero corpus eſſet pendulum ex linea CB, adeoque per eam oblique ſuſtentetur, adhuc quidem in eam agit trahendo vel tendendo, ut patet, ſed tamen inſuper urgendo circa C, ita, ut, ſiquidem linea circa C eſſet mobilis, hanc ſimiliter ad eum ſitum reduceret, in quo ipſamet cum linea directionis gravitatis corporis ſimiliter ut prius congrueret: ergo ſi pondus a linea inflexili extra hunc ſitum, qualis foret C A, nempe ad horizontem inclinata ſuſtineatur, pondus per ipſum ſuum niſum ad deſcenſum duplicem in eandem vim, trahendo nimirum & urgendo circa ſuſtentaculum C exercet. *Fig. 23. Tab. II.*

§. 112. Coroll. Hinc ſi hujusmodi linea pondus ſuſtinens magis eſſet inclinata ad horizontem, uti CD, pondus majori adhuc vi eandem circa C urgeret, maxima vero, qua poſſet, ſi linea horizonti omnino parallela foret uti CE, & viciſſim pro hoc po- *Fig. 23. Tab. II.*

ſtremo caſu nullam actionem pondus exerceret trahendo, intelligendo nimirum ſecundum directionem ipſius lineæ, deinceps autem majorem, prout linea ad horizontem minus fuerit inclinata. Quod idem, ut par eſt, ſentiendum de linea ſimiliter inflexili & ad horizontem inclinata, ſed tamen ſurſum porrecta, uti CF, quod ſcilicet eadem a pondere ex. gr. applicato in F duplici vi urgeatur, una nimirum ſecundum ejusdem lineæ directionem verſus C, altera autem ad eandem normali, ſeu circa C, ut proin, ſi lineæ CF & CD ſint ſimiliter inclinatæ, utraque ab eodem pondere eadem vi urgeatur circa C, & quæ eſt vis a pondere applicato in D, qua lineam DC ſecundum ejusdem directionem trahendo eam nititur avellere a C, eadem quoque vi pondus applicatum in F nitatur lineam FC ſecundum ejusdem directionem urgere verſus C, ac per conſequens vires iſtæ eadem ratione ſe habeant, ſive linea inclinata pondus in ſuperiore ſui extremo, uti in F, ſive inferiore, uti in D, applicatum ſuſtineat.

§. 113. LEMMA.

Si. pondus M a linea inflexili C a *ad horizontem inclinata ſuſtineatur, id*

per

per ipſum ſuum niſum ad deſcenſum ſecundum directionem gravitatis A a *in illam agit urgendo circa C, ſeu ſecundum directionem ad ipſam normalem F* a *ea vi, quæ eſt ad gravitatem abſolutam ponderis ut C A ad C* a, *ſeu ut coſinus anguli inclinationis A C* a *ipſius lineæ C* a *ad radium.*

Demonstr. Sit C A horizonti parallela, & A *a* ad hanc normalis, ac I *a* = C *a*, erunt dein, ducta I G ad C *a* normali, ambo triangula I G *a*, & C A *a* ob angulos ad G, & A rectos, ac angulum C *a* I utrique communem ſimilia, & æqualia Eucl. l. 1. prop. 26: ac porro ductis F *a* ad I G, & I F ad G *a* parallelis erit quoque triangulum I F *a* per omnia æquale triangulo I G *a* Eucl. l. 1. prop. 34. *Fig. 5. Tab. I.*

His poſitis, prout ſupponere licet ex iis, quæ fiunt circa motum corporum ex percuſſione, ſi corpus non elaſticum oblique impingat in obicem, ex. gr. ſub directione I *a* in planum immobile C *a*, vis, qua eidem plano directe, ſeu ſecundum directionem F *a* alliditur, erit ad vim, qua ante ictum abſolute

movetur, ut (ducta I F ad C *a* parallela) F *a* ad I *a*: ergo quacunque vi corpus agatur ſub dato angulo G *a* I ſeu ſecundum directionem I *a* in obicem, vis, qua obex directe percutitur, vel urgetur, ſemper erit ad vim abſolutam corporis ut F *a* ad I *a* : ſed ſive percutiatur obex a corpore per vires motus, ſive prematur per vim gravitatis ſecundum eandem directionem ex. gr. I *a*, quoad actionem in ipſum obicem non eſt alia differentia, niſi circa vires quoad magis, & minus: ergo ſi jam in lineam inflexilem C *a* agat pondus M in *a* ſecundum directionem gravitatis I *a*, eadem circa C, ſeu ſecundum directionem F *a* urgetur ea vi, quæ eſt ad vim abſolutam ponderis ut F *a* ad I *a*, ac per conſequens (cum ſint I *a*, & C *a* per hypotheſin æquales, uti etiam F *a*, I G, C A ob æqualitatem triangulorum, quorum hæ lineæ ſunt latera æqualibus angulis oppoſita) ut C A ad C *a*, ſive, ut coſinus anguli inclinationis A C *a* lineæ C *a* ad radium.

§. 114. LEMMA.

Iisdem, ut prius, poſitis vis, qua pondus in lineam* Ca *agit trahendo ſecundum

dum directionem Ca *eſt ad vim gravitatis abſolutæ, ut A* a *ad* Ca, *ſeu ut ſinus anguli inclinationis A* Ca *ad radium.*

Demonstr. Si denuo corpus non elaſticum allidatur plano C*a* immobili ſecundum directionem I*a*, ut alliſum progreditur ſecundum ejusdem plani directionem ea vi, quæ eſt ad vim, qua corpus agitur ſecundum directionem I*a*, ut G*a* ad I*a* (nempe ex eodem, ut §. præcedenti, ſuppoſito de motu corporum ex percuſſione), ita, ut, ſi deinceps ejusdem corporis motui ſecundum directionem C*a* obex immobilis directe eſſet oppoſitus, corpus eadem vi, qua ſecundum iſtam directionem movetur, eum percuteret, & ſimiliter, ſi corpus ſecundum directionem I*a* motum feriat planum F*a*, id deinceps ſecundum hujus plani directionem pergeret moveri ea vi, quæ eſſet ad vim motus ſecundum directionem I*a*, ut F*a* ad I*a* &c., ut proin, ſi corpus ſecundum directionem I*a* motum utrumque planum C*a*, & F*a*, quorum unum alteri directe inſiſtit, ſimul percuteret, vis percuſſionis plani C*a* eſſet ad vim corporis moti ut F*a* vel IG ad I*a*, vis *Fig.* 5. *Tab. I.*

vero

vero percuſſionis plani F*a* ut G *a*, vel IF ad I*a*, adeoque etiam prima ad ſecundam ut F*a* ad G *a* : ergo, cum in preſſione, & percuſſione corporum ſub eadem directione itidem non ſit alia differentia, niſi quoad vires ſecundum magis & minus, ſi etiam corpus grave *p* ex. gr. cujus directio gravitatis eſſet ſecundum directionem I*a*, vel eidem parallela, utrique ſimul plano C*a*, & F *a* inniteretur, vis, qua niteretur erga planum F *a*, ſeu ſecundum directionem ad C*a* parallelam, erit ad vim gravitatis abſolutæ ut G*a* ad I*a*, vis vero, qua niteretur erga planum C *a* ad abſolutam, ut F*a* ad I*a*, ſive, cum juxta §. præcedentem ſit I*a*=C*a*, G*a*=A*a*, & F*a*=CA, vis, qua corpus *p* directe urgeret loco plani lineam C*a*, nempe ſecundum directionem F*a*, eſſet ut CA, ſeu ut coſinus anguli inclinationis AC*a*, prout §. præcedenti jam fuit demonſtratum, vis autem, quæ idem corpus urgeret lineam F*a* ſecundum directionem C*a*, foret ut A*a*, ſeu, ut ſinus anguli inclinationis AC*a*, ac per conſequens, cum, ſi obex ponderi *p*, prout nititur ſecundum directionem C*a*, directe in *a* oppoſitus ipſi lineæ C*a* junctus foret, idem pondus agendo in hunc obicem etiam ageret in ipſam lineam C*a* ſecundum ejuſmet directio-

rectionem vi jam determinata; unde, cum perinde ſit, ſive pondus lineæ C*a* ſit affixum in *a*, ſive ab oppoſito ibi obice retineatur, etiam pondus in *a* lineæ C*a* affixum, dum, prout per ſuam gravitatem nititur ad deſcenſum ſecundum directionem I*a*, in eandem lineam C*a* agit tam urgendo ſecundum F*a*, quam trahendo ſecundum C*a* §. 111., in eandem lineam ſecundum ipſiusmet directionem eam vim exercebit, quæ ſit ad gravitatem ipſius ponderis abſolutam ut A*a* ad C*a*, ſeu ut ſinus anguli AC*a* ad radium.

§. 115. *SCHOLION. Atque hinc ſimul habetur, rationem (per quam vis corporis, qua in plano inclinato nititur ad deſcenſum ſecundum directionem ejusdem plani, ſeu gravitas reſpectiva eſt ad abſolutam ut altitudo plani ad ejus longitudinem, ſeu ut ſinus anguli inclinationis ad radium, ſimulque vis, qua directe premit in ipſum planum, itidem ad gravitatem abſolutam eſt ut Coſinus anguli inclinationis ad radium) eandem eſſe cum ea, per quam, dum corpus non elaſticum oblique in obicem immobilem impingit, vis, qua obex percutitur, eſt ad vim, qua corpus abſolute movetur ut ſinus, vis vero, qua ut alliſum deinceps ad motum nititur, ut Coſinus anguli incidentiæ ad radium. Quænam autem ea ſit vera, ac genuina ratio, lo-* Fig. 5. Tab. I.

co

co magis proprio, ubi de viribus corporum in motu exiſtentium agendum, DEO dante exponemus. de cætero ut utramque veritatem; nempe quoad determinationem tam virium, quibus corpus plano inclinato innixum premit directe in ipſum planum, quam illarum, quibus nititur ad deſcenſum ſecundum directionem plani, etiam oculis, & captui tyronum ſubjicerem, confici curavi vectem angularem B C a *ſub eo inclinationis brachii C* a *angulo, ut, dum quadratum hypotenuſæ æquale eſt quadratis laterum Eucl. l.* 1. *prop.* 47., *radices horum quadratorum, ſeu ſinum totum, vel radium C* a, *ſinum anguli inclinationis A* a, & *coſinum C A numeri integri metirentur, nempe C* a $=$ 5, *A* a $=$ 3, *CA* $=$ 4, *quo nempe expeditius etiam de ratione ponderum adhibendorum, ut* p 5, q 3, *N* 4 *ex. gr. unciarum, conſtaret, vectis autem ipſe per ſuam gravitatem circa axin in C eum ſitum obtineret, ut brachium B C in ſitu ad horizontem parallelo conſiſteret. Vecte ita diſpoſito, dum ſibi duo pondera* p, & q *circa trochleam* r *mediante funiculo, & quidem* p *ſecundum directionem brachii C* a *ſeu gravitate ſua reſpectiva,* q *vero gravitate abſoluta, ac ſimul etiam idem pondus* p *per ſuam vim preſſionis in brachium C* a *directam, & pondus N itidem per ſuam gravitatem abſolutam mediante vecte circa axin C ſub æquali utrinque ab eodem axi diſtantia ſibi*

mutuo

mutuo obnitebantur, omnia tria pondera ita ſimul in æquilibrio conſiſtebant, ut denuo brachium vectis B C horizonti parallelum fuerit. Per quod itaque æquilibrium, dum vis gravitatis abſolutæ ponderis q *æqualis eſt vi gravitatis reſpectivæ ponderis* p, *ſeu qua iſtud nititur ad deſcenſum ſecundum directionem brachii* Ca, *item vis gravitatis abſolutæ ponderis N vi preſſionis ponderis* p, *per quam hoc directe urget ipſum brachium* Ca, *ubi ſimul per hypoth. eſt pondus* q *ad* p *ut ſinus anguli inclinationis A*a, *pondus N vero ad* p *ut coſinus anguli inclinationis CA ad radium* Ca, *manifeſte patebat, quod vis, qua pondus nititur ad deſcenſum ſecundum directionem brachii inclinati* Ca, *ſit ad ejusdem gravitatem abſolutam, ut ſinus anguli inclinationis ad radium, vis vero preſſionis directæ in ipſum brachium ut Coſinus.*

§. 116. LEMMA.

Sive pondus M ſit applicatum lineæ inflexili & ad horizontem parallelæ CA in A, ſive inclinatæ* Ca *in* a, *ſi fuerit A* a *normalis ad CA, vis in nexum in loco C, ubi utraque immobiliter ſuſtentari ponitur, dependenter ab eodem pondere M pro utroque caſu æqualis erit. *Fig. 5. Tab. I.*

De-

Fig. 5. *Tab. I.* Demonstr. Vis in nexum lineæ, ubi hæc ultimato immobiliter ſuſtinetur, dependenter a vi ponderis eidem directe applicata eſt æqualis facto ex eadem vi in ipſam ponderis a ſuſtentaculo diſtantiam §. 85, ſeu, quod idem eſt in ipſam lineam §. 7: ergo ſi pondus M ſit appenſum lineæ horizontali C A in A, vis in nexum ad ipſum C erit æqualis facto ex linea CA in vim ponderis M eandem lineam in A directe urgentis, & ſimiliter vis in nexum ad eundem locum C, prout idem pondus M in *a* eſt applicatum lineæ inclinatæ C*a*, erit æqualis facto ex eadem linea C*a* in vim, qua directe, ſeu ſecundum directionem ad lineam C*a* normalem uti F *a* per pondus M urgetur in *a*: ſed vis, qua linea C*a* a pondere M directe urgetur in *a*, eſt ad vim, qua idem pondus in A directe agit in lineam C A, ſeu ad gravitatem ejus abſolutam, ut C A, ad C *a*, ſive ut coſinus anguli inclinationis ad radium §. 113.: ergo vis in nexum in loco C dependenter a pondere M applicato lineæ inclinatæ C*a* in *a* eſt ad vim dependenter ab eodem pondere applicato lineæ horizontali CA in A, ut factum ex C*a* in CA, ſeu ex diſtantia C*a* in vim ponderis M, qua hæc linea in *a* directe ur-

urgetur, ad factum ex C A in C*a*, ſeu ex diſtantia CA in vim gravitatis abſolutæ ponderis ejusdem, nempe ut C*a* × CA ad CA × C*a*, ac proin utrinque æqualis.

§. 117. Coroll. Quare, cum, ſi *Fig. 5. Tab. I.* pondus M applicatum eſt lineæ inclinatæ C*a* in *a*, ejus a fulcro C diſtantia ſit CA §. 7., perinde vis in nexum lineæ in loco C dependenter a pondere ita applicato par erit facto ex eodem pondere in ejus a fulcro diſtantiam, acſi applicatum eſſet lineæ ad horizontem parallelæ in A.

§. 118. THEOREMA.

Si vecti angulari B C a applicata ſint pondera M & N in a & B, ſitque M ad N ut B C ad A C, ſeu in ratione diſtantiarum ab hypomochlio, vel axi C reciproca, circa C in æquilibrio erunt.

Demonstr. Si pondus M eſſet vecti *Fig. 5. Tab. I.* directo & ad horizontem parallelo BCA applicatum in A, pondera M & N circa C in æquilibrio forent per id ipſum, quod vires in communem brachiorum nexum in loco C dependenter ab utro-

que pondere æquales forent §. 91 : ſed ſi pondus M ſit applicatum brachio inclinato C*a* in *a*, dependenter ab eodem vis in nexum in C eſt eadem, ac ſi foret applicatum brachio directo CA in A §. 116 : ergo eadem quoque pondera M & N vecti angulari B C *a* in *a* & B applicata circa C in æquilibrio erunt, ſi nempe ipſa, eorumque diſtantiæ ab axi C reciprocent.

§. 119. LEMMA.

Si corpus ex. gr. in A ad motum urgeatur duplici vi diverſæ directionis, quarum utramque tam quoad quantitatem, quam quoad directionem exponunt ex. gr. lineæ E A, & F A, id determinabitur ad motum, cujus quantitatem, & directionem exprimet in parallelogrammo ACBD diagonalis AB, ſi nempe E A, & F A productis fuerit AC = E A, & AD = F A.

Fig. 24. *Tab. III.* Demonstr. Si corpus in A quolibet minimo momento agatur ſola vi E A, deferretur ex. gr. per ſpatiolum A*n*, & ſimiliter eodem tempuſculo per A*m*, ſi ageretur ſola vi F A, ita ut, cum ſpatia eodem tempore ab eodem, vel æquali

quali corpore deſcripta ſint ut vires (prout hic ſupponere licet ex alibi dicendis) ſiquidem vires ſint conſtantes, ut hic eſſe ponuntur, etiam ſit A*n* ad A*m* ut E A ad F A, vel ut A C ad A D per hypoth: ergo ſi ex *n* ducatur parallela ipſi A D, & ex *m* parallela alteri A C, idem corpus per utramque vim ad motum determinatum eodem tempuſculo ex A deferretur in *o*, ubi ſcilicet iſtæ parallelæ concurrunt, quatenus nempe hic ipſe motus determinationi dependenter ab utraque vi ex aſſe reſpondet, ita, ut per hanc æque tantum recedat intra datum tempuſculum a directione A D, quæ eſſet a vi F A, quantum per ſolam vim E A ſecundum ejusdem directionem fuiſſet progreſſum, & ſimiliter æque tantum a directione A C, quæ eſſet a vi E A, quantum per ſolam vim F A &c., adeoque eodem tempore deſcribat diagonalem A*o* exilis parallelogrammi A*nom*, quo vel latus A *n* per ſolam vim E A, vel latus A *m* per vim F A confeciſſet. Quare, cum corpus eadem vi, qua cœpit, eademque directione moveri pergat, niſi alia accedat determinatio, vires vero in eodem vel æquali corpore ſint ut ſpatia motu æquabili eodem tempore deſcripta, ac denique in pa-

rallelogrammo A *n o m* latera ſint proportionalia lateribus parallelogrammi A C B D, nempe A *n* ad A *m* ut A C ad A D, ac proin linea A *o* producta cum duabus C B & D B concurrat in B Eucl. l. 6. p. 26. , ſimiliter corpus per utramque vim E A & F A ad motum determinatum eodem tempore ex A deveniret in B ſecundum directionem A B, quo per ſolam vim E A deferretur ex A in C, aut per vim F A ex A in D, & per conſequens, ſi lineæ E A & F A, vel A C & A D exponant directionem & quantitatem virium, per quas corpus in A ſimul ad motum determinatur, etiam diagonalis A B exprimet directionem & quantitatem virium, ſeu motus, ad quam per utramque vim corpus fuit determinatum.

Fig. 24. Tab. III. §. 120. Coroll. I. Atque hinc directio motus corporis, ad quem id a viribus directiones diverſas habentibus ſimul determinatur, ſemper congruet cum diagonali parallelogrammi, cujus latera A C & A D directionem & quantitatem virium in A convenientium exprimunt, ipſa vero diagonalis A B quantitatem virium vel motus, ad quam ipſum corpus in A inde determinatur, vel, cum parallelogrammum G E A F etiam

etiam ſit æquale parallelogrammo AC BD, ſimiliter diagonalis G A eandem quantitatem virium & directionem exprimet.

§. 121. Coroll. II. Quoniam autem, ſive corpus ex. gr. in A mobile, ſive fixum ponatur, id nihilominus ab iisdem viribus ſecundum easdem directiones, uti ex. gr. E A & F A urgetur, idem quoque corpus pro caſu, quo fixum eſt, ſecundum directionem diagonalis A B æque tantum urgebitur, quantum ſecundum hanc ipſam directionem a vi, quæ eſſet ut diagonalis AB, ſi illæ forent ut E A & F A, vel ut A C & A D. *Fig. 24. Tab. III.*

§. 122. Coroll. III. Eadem de cauſa, ſi ex. gr. mediantibus funiculis duo pondera E & F agant adverſus aliud corpus A fixum, quorum directiones ipſi funiculi D C, G C & C A deſignant, ſitque ex. gr. C *m* ad C *n* ut pondus E ad F, ac porro ſint *m* B & C G parallelæ, & ſimiliter *n* B & C D, ab utroque ſimul pondere E & F corpus A urgebitur ſecundum directionem C B, quæ eſt diagonalis parallelogrammi C *m* B *n*, ita, ut vis, qua corpus A ſecundum dictam directionem urgetur, ſit ad *Fig. 25. Tab. III.*

 vim

vim ponderis E, ut ea ipſa parallelogrammi C*m* B *n* diagonalis CB ad latus C*m*, & ſimiliter ad vim ponderis F ut C B ad C*n* §. 120., hoc ipſo, quod, ſive pondera E & F nitantur ſecundum directiones DC & GC adverſus pondus A protrudendo, ſive attrahendo, neceſſario eandem ſemper vim adverſus illud exerceant.

Fig. 25. Tab. III. §. 123. Coroll. IV. Quare etiam viciſſim, ſi corpus A fuerit quidem mobile, ſed earum virium, quæ, prout nititur ad deſcenſum ſecundum directionem BC, ſint ad vires ponderis E ut BC ad C*m*, & ad F ut B C ad C *n*, ablatisque ponderibus E & F funiculi partes DC & G C clavis ex. gr. in D & G ſuſtineantur, etiam corpus A ſecundum directiones D C & G C iisdem viribus in ſuſtentacula aget, quæ pares forent viribus ponderum E & F, & per conſequens iisdem quoque viribus funiculi partes D C & GC a corpore A tendentur, quibus a ponderibus E & F. Quanquam propria ratio, per quam funiculi partes D C & GC a ſolo pondere A ita tenduntur, aliis adhuc ex principiis petenda ſit, ſecundum quæ ſcilicet, ſi ducantur *mo* & *np* normales ad BC (ubi *o*C & *p*C ſimul

totam

totam B C adæquant, dum nempe ob ſimilitudinem & æqualitatem triangulorum B *om* & C*pn* etiam *o* B & *p*C æquales ſunt), per eam vim ponderis A, quæ eſt ad totam ejusdem ut *o* C ad B C, oblique agentem, nimirum ſecundum directionem *o* C in partem funiculi D C, eadem funiculi pars æque tantum tenditur, quantum hæc ipſa directe, ſeu ſecundum directionem D C tenderetur a pondere, cujus vires eſſent, ut *m* C, ita, ut pariter ob *mo* & D B parallelas, ſi vis ſecundum directionem B C eſſet ad vim ſecundum directionem D C, ut B C ad D C, pars funiculi D C ſecundum ſuammet directionem per utramque vim æqualiter tenderetur, quod idem de altera funiculi parte relate ad vires *p* C & *n* C, vel B C & G C ſimiliter intelligendum.

§. 124. LEMMA.

Si in duobus triangulis* a *G I & a A C ſit* a *G* = a *A*, *G I* = *A C item* ∠a *A C* = ∠a *G I*, *erit etiam* a *I* = a *C*, *eademque* a *I cum* a *A coincidet.

Demonstr. Si in duobus triangulis duo latera unum uni & alterum alteri fuerint æqualia, uti & anguli ab iisdem *Fig. 5. Tab. I.*

dem lateribus intercepti æquales, etiam latera iiſdem angulis oppoſita erunt æqualia Euclid. l. 1. p. 4.: ergo cum in triangulis *a* GI & *a* AC ſint *a* G & *a* A, item GI & AC, nec non anguli *a* GI & *a* AC per hypoth. æquales, etiam erit *a* I = *a* C, ac dein, cum, ſi duo triangula habuerint omnia latera ſibi mutuo æqualia, etiam anguli æqualibus lateribus oppoſiti ſint æquales, Euclid. l. 1. p. 8., erit quoque angulus G *a* I oppoſitus lateri GI æqualis angulo A *a* C, qui oppoſitus eſt lateri AC, & per conſequens *a* I cum *a* A coincider.

§. 125. THEOREMA.

Vis preſſionis in hypomochlion, ſeu qua vectis angularis BC a a duobus ponderibus N & M circa illud in æquilibrio exiſtentibus in idem ſecundum directionem ad horizontem perpendicularem urgetur, par eſt vi gravitatis abſolutæ amborum ponderum ſimul ſumptorum, non ſecus, ac fit in vecte directo.

Fig. 5. Tab. I. DEMONSTR. Dum pondera N & M ſeſe circa hypomochlion in C mediante vecte

ĉte in æquilibrio ſuſtinent, per eam ipſam vim, qua agunt in vectem, etiam eundem urgent in hypomochlion §. 99.: ſed vis, qua ambo pondera N & M in B & *a* vectem urgent, eſt ipſa eorum vis, qua quodvis ad deſcenſum nititur ſecundum directionem ad horizontem perpendicularem, ſeu, quod idem eſt, eſt ipſa eorum vis abſoluta: ergo & vis, qua idem vectis angularis B C *a* ab utroque ſimul pondere ſecundum directionem ad horizontem perpendicularem in hypomochlion urgetur, par eſt vi gravitatis abſolutæ amborum ponderum ſimul ſumptorum.

ALITER

§. 126. Vis, qua pondus N vectem B C *a* ſecundum directionem ad horizontem perpendicularem in hypomochlion urget, eſt, ut ipſa ejus gravitas abſoluta, non ſecus, ac in vecte directo, dum nempe brachium B C horizonti parallelum ponitur: ſed & vis, qua idem hypomochlion ſecundum eandem directionem a pondere M mediante vecte urgetur, itidem eſt, ut hujus gravitas abſoluta; cum enim pondus M brachio inclinato *a* C applicatum in *a* in idem agat trahendo ſecundum directionem *a* C ita, ut hæc vis ſit ad vim ipſius ponderis abſolu- *Fig. 5. Tab. I.*

 tam,

tam, ut *a* A ad *a* C §. 114., vel, ſi ponatur *a*G = *a*A, ut *a* G ad *a* C, vis vero, qua in id ipſum brachium agit directe urgendo, nempe ſecundum directionem F*a* ad brachium *a* C normalem, ſit ad vim abſolutam ut A C ad *a*C §. 113., ſi conſtruatur integrum parallelogrammum *a* G I F, adeoque ſit G I = *a* F Euclid. l. 1. p. 34., & angulus *a* G I rectus Eucl. l. 1. p. 27., vis, qua pondus M per utramque vim *a* G & *a*F agit in brachium *a*C, erit ſecundum directionem *a* I, ita, ut ea vis tota ſecundum eandem directionem ſit ut ipſa diagonalis *a* I §. 121., ſeu, cum angulus *a* A C per hypoth. ſit rectus, ac ſimiliter angulus *a* G I rectus, & G I = *a* F = A C, nec minus *a* G = *a*A, adeoque diagonalis *a*I æqualis ſit ipſi *a*C, eademque diagonalis cum *a* A directione gravitatis abſolutæ, ſeu ad horizontem perpendiculari coincidat §. 124, ultimato vis, qua a pondere M applicato in *a* vectis ſecundum directionem gravitatis abſolutæ in hypomochlion urgetur, itidem erit, ut vis gravitatis abſolutæ ejusdem ponderis M: ergo vis, qua mediante vecte angulari ab utroque ſimul pondere N & M vectis in hypomochlion urgetur ſecundum directionem ad horizontem per-

pen-

pendicularem, par eſt vi gravitatis abſolutæ amborum ponderum ſimul ſumptorum.

§. 127. Coroll. I. Quare, ſive vectis angularis concipiatur in *a* urgeri a pondere M immediate ſecundum directionem ad horizontem perpendicularem *a* A, ſive prout in eundem agit trahendo ſecundum directionem *a* C, & urgendo ſecundum directionem *a* F, vis, qua hypomochlion a ponderibus N, & M circa idem in æquilibrio exiſtentibus mediante vecte ſecundum directionem ad horizontem perpendicularem urgetur, ſemper par erit vi abſolutæ utriusque ponderis ſimul ſumpti, non ſecus, ac in vecte directo B C A, ſi eidem in A pondus M foret applicatum §. 101. & 118. *Fig. 5. Tab. I.*

§. 128. Coroll. II. Qua eadem de cauſa, ſi in alterutro extremo B, vel *a* vectis immobiliter retineretur, itidem vis in hypomochlion ſecundum directionem ad horizontem perpendicularem dependenter a pondere N in B, vel M in *a* æqualis erit vi abſolutæ ſummæ ponderum M & N, prout in vecte directo §. 97., & 103. *Fig. 5. Tab. I.*

§. 129.

Fig. 5. Tab. I. §. 129. Coroll. III. *Denique, cum dependenter ex. gr. a pondere N vectis angularis B C a, ſi ejus extremum a ita retineatur, ut inde dimoveri nequeat, & ipſemet in C ab hypomochlio ſuſtineatur, ea vi in idem hypomochlion ſecundum directionem ad horizontem perpendicularem urgeatur, quæ par eſt vi gravitatis abſolutæ ſummæ ponderum M & N circa hypomochlion in æquilibrio exiſtentium* §. 128, ſi jam idem vectis ponatur circa *a* duntaxat mobilis tanquam circa axin, & ſublato fulcro in C vecti ibidem applicatum pondus par ſummæ ponderum M & N ipſum vectem directe ſurſum urgens, dum idem deorſum urgetur a pondere N in B, etiam ambo hæc pondera per hujusmodi vectem angularem ſecundi generis circa *a* ſe mutuo in æquilibrio ſuſtinebunt, non ſecus, ac per vectem directum B C A, ſi nempe is circa A ponatur mobilis, ac eadem pondera in B & C forent applicata §. 107, & 109; ut proinde tam in vecte primi generis, quam ſecundi generis ex iisdem hactenus declaratis principiis, etiamſi vectis fuerit angularis, tam effectus æquilibrii, quam preſſionis in hypomochlion idem ſit, qui foret, ſi eadem pondera vecti directo quoad ſitum horizonti parallelo eſſent applicata, & diſtantiæ ponderum

eædem

eædem, quæ ex ductis a vecte angulari ad vectem directum perpendicularibus determinantur, uti ex. gr. in vecte directo ponderis M, ſi fuerit vectis primi generis, aut hypomochlii, ſi fuerit vectis ſecundi generis, determinatur locus A ducta ex *a* linea *a* A ad vectem B A normali, id quod etiam ex deinceps dicendis adhuc magis patebit.

§. 130. THEOREMA.

Si vectis angularis A C B a duobus ponderibus M & N ejusdem brachiis in A & B directe applicatis, & in æquilibrio conſiſtentibus circa hypomochlion in C in idem urgeatur, vis, qua vectis in hoc ipſum urgetur, minor erit vi abſoluta ſummæ duorum ponderum, ita, ut illius, in quantum eſt maxima, directio ſit ſecundum C I diagonalem parallelogrammi CDIE, cujus latus C D ad brachium B C normale exprimit vim abſolutam ponderis N, latus CE vero ad brachium A C itidem normale vim abſolutam ponderis M, eademque vis maxima in hypomochlion a duobus ponderibus ſit ad vim abſolutam Fig. 26. Tab. III.

tam

tam ſummæ eorundem ut ipſa diagonalis CI ad ſummam laterum CD, & CE.

Fig. 26. Tab. III. DEMONSTR. Si ponatur brachium B C horizonti parallelum, vis, qua ſecundum directionem ponderis N, nempe ad horizontem perpendicularem in hypomochlion in C urgetur, eſt ut ipſa gravitas abſoluta ponderis N, &, cum ſimiliter brachio A C inclinato directe applicatum ponatur pondus M, vis, qua a pondere M ſecundum ejusdem directionem vectis in idem hypomochlion urgetur, itidem erit ut ejusdem ponderis vis abſoluta: ergo, cum parallelogrammi CDIE latus CD ſit ſecundum directionem ponderis N, ejusdemque vim exprimat, uti & latus C E vim, ac directionem ponderis M per hypoth., tota vis, qua hypomochlion ab utroque ſimul pondere mediante vecte urgetur, erit ſecundum directionem diagonalis CI, ita, ut ea ſit ad vim abſolutam utriusque ponderis ſimul, prout eſt ea ipſa diagonalis CI ad ſummam laterum CD, & CE §. 121., quæ cum minor ſit duobus lateribus CD, & DI, Eucl. l. 1. p. 20., adeoque, dum DI = CE, Eucl. l. 1. p. 34.; etiam minor duobus CD,

CD, & CE, vis, qua a duobus ponderibus M & N vecti in A & B directe applicatis, & circa hypomochlion in C in æquilibrio exiſtentibus idem vectis in id ipſum hypomochlion urgetur, minor quoque erit vi abſoluta ſummæ eorundem ponderum.

§. 131. Coroll. I. *Quia porro, ſi appenſo ex. gr. pondere N in B vectis ſecundum directionem ad brachium A C perpendicularem retineretur in A, ita ut brachium B C ſitum horizontalem obtineat, brachium A C ſecundum eandem directionem circa hypomochlion in C a pondere N, eademque vi urgeretur in obicem in A, qua ibidem in oppoſitum urgeretur a pondere M cum pondere N in æquilibrio circa C exiſtente, & viciſſim* (§. 96. *n.* 1.), etiam actio in hypomochlion eadem erit, ſive ponantur vecti in A & B directe applicata ambo ſimul pondera M & N circa hypomochlion C æquilibrium tenentia, ſive ex. gr. ſolum pondus N in B, vectemque in A ſecundum directionem ad brachium A C normalem retineri, non ſecus, ac vectis directus æque tantum ab uno pondere urgetur in hypomochlion, ſi alterutrum vectis extremum ſub directione ad ipſum vectis brachium perpendiculari retineatur, quantum, ſi utrique vectis extremo ambo pondera **Fig. 26. Tab. III.**

ſub

ſub reciprocatione diſtantiarum ab hypomochlio ſint applicata. §. 97.

Fig. 26. Tab. III. §. 132. COROLL. II. Cum vis in hypomochlion ſecundum directionem C I a duobus ponderibus M & N ſit maxima §. 129., ea major quoque erit, quam vis in idem hypomochlion ſecundum directionem ad horizontem perpendicularem F C, nempe ducta I F horizonti parallela, prima vis erit ad ſecundam, ut C I ad C F, prout id hic ſupponere licet ex determinatione virium in obicem, verſus quem corpus oblique movetur.

Fig. 26. Tab. III. §. 133. *SCHOLION. Veritas præſentis theorematis per ipſam quoque experientiam eluceſcit, dum enim eum in finem adhibui vectem angularem ex ligno tiliæ utpote valde levi, prout etiam pondere ſuo duas duntaxat uncias æquabat, ipſumque in ipſo angulo C ex filo ſtateræ elaſticæ affixo ſuſpendi, ac porro in B applicavi pondus 24. unc., brachium vero C A in A itidem mediante filo ſub directione ad idem brachium ſemper normali eousque attraxi, donec brachium B C ſitum horizontalem obtineret, ſtatera elaſtica indicabat pondus 42. unc. proxime (dum nempe in eadem ſtatera fere adhuc diſcrimen ſingularum unciarum colligere licuit), ubi*

cum

cum utraque diſtantia A C & B C ab hypomochlio in C fuerit æqualis, angulus vero internus, quem duo brachia efficiebant 115°, 30′, juxta determinationem ſecundum præſens theorema factam præſcindendo ab ipſa vectis gravitate vis in elaterem ſtateræ, qui ultimato vectem in C ſuſtinebat, debuiſſet eſſe par vi ponderis $40\frac{1}{2}$ unc.

§. 134. THEOREMA.

Si pondera M & N vecti directo ACB ad horizontem tamen inclinato applicata, eorumque ab hypomochlio C diſtantiæ* a *C &* b *C reciprocent, eadem circa idem hypomochlion in æquilibrio erunt.

Demonstr. Si linea *ab* referat vectem ad horizontem parallelum, lineæ vero A *a* & B *b* ad eandem ſint normales, vis in nexum lineæ *ab* in loco C eadem foret, quæ ibidem eſſet in nexum lineæ A B, ſive pondus M eſſet appenſum in A, ſive in *a* §. 116., & ob eandem rationem itidem vis in eodem C eadem foret, ſive pondus N eſſet appenſum in B ſive in *b* §. 112. & 116: ergo cum per hypotheſ. pondus M ſit ad pondus N aut *Fig. 27. Tab. III.*

bC ad aC, ſeu pondera ſint in ratione reciproca diſtantiarum ab hypomochlio, adeoque vires in nexum ad idem hypomochlion dependenter ab iisdem ponderibus, ſi vecti aCb in a & b forent applicata, æquales eſſent §. 91., eædem quoque ibidem, nimirum ad C, æquales erunt, ſi eadem pondera vecti A B in A & B ſint applicata, & per conſequens, prout hæc ipſa pondera mediante vecte inclinato A C B adverſus ſe mutuo circa hypomochlion in C nituntur, circa idem in æquilibrio erunt §. primum citato.

Fig. 27. Tab. III. §. 135. Coroll. I. *Quoniam vis, qua pondus M mediante vecte A CB circa C nititur adverſus N, ſeu qua vectis urgetur directe circa hypomochlion C, eſt ad vim gravitatis abſolutæ ejusdem ponderis M, ut* a *C ad A C, ſeu ut Coſinus anguli inclinationis A C*a *ad radium, §.* 113. *& vires per ſingula puncta, vel per eorum nexus a pondere usque ad fulcrum uniformiter creſcunt, nempe in progreſſione arithmetica numerorum* 1. 2, 3 *&c., ita, ut quælibet vis reliquis continuo accedens ſemper par ſit ipſi primæ vi lineæ inflexili, vel vecti directe applicatæ* §. 84 & 85., ſi directio gravitatis ponderis M vel N, uti hic, cum vecte AB angulum obliquum efficiat, vel,

quod

quod idem eſt, ſi vectis ipſum pondus oblique ſuſtineat, incrementa virium per ſingula vectis puncta erunt ad vim gravitatis abſolutæ ex. gr. ponderis M ut *a*C ad AC, ita, ut dein vis in nexum in loco C eadem evadat, quæ foret, ſi brachio horizontali *a* C idem pondus eſſet applicatum in loco *a* per lineam A*a* ad horizontalem *ab* normalem determinato: quod idem cum proportione ſentiendum de incremento virium per brachium vectis BC, & vi in ipſum nexum in loco C dependenter a pondere N applicato in B. §. 116.

§. 136. Coroll. II. Ob eandem rationem, ſi brachium vectis inferius habeat figuram EFC, ſeu angularem, ita, ut pars EF ſit horizonti parallela, altera vero in eadem directione cum altero brachio BC, ſitque rurſus, ducta ex A ad horizontalem *ab* normali A*a*, pondus M jam applicatum in E ad pondus N in B ut *b*C ad *a*C, ſimiliter vires dependenter ab utroque pondere in nexum in loco C eædem erunt, ac ſi vecti pondera eſſent applicata in A & B; *quatenus nimirum, cum porro incrementa ab F usque ad C per ſingula puncta, dum per eandem partem FC pondus M appenſum in E non minus oblique ſuſtinetur, quam ſi idem* *Fig. 27. Tab. III.*

 pon-

pondus eſſet appenſum in A, ſint ad vim gravitatis abſolutæ ejusdem ponderis ut a C *ad A C §. 135., adeoque incrementa eadem, quæ etiam forent ab A usque ad* F, *ſi pondus M brachio directo eſſet applicatum in A, & dein ſecundo vis in nexum in loco* F *jam eadem quoque ſit, ſive ibi pars A* F *cum pondere M in A, ſive pars E* F *cum pondere M in E* ponatur *connexa cum parte* F C *ob rationem §. 134. allatam, etiam vis tota in nexum in loco C eadem erit, ſive pondus M ſit applicatum brachio E F C in E, ſive brachio A C in A, ut proin, cum, ſi pondus M eſſet appenſum in A, vires in nexum in loco C dependenter ab utroque M & N æquales ſint §. primum citato, peræque etiam ibidem vires in nexum æquales ſint, dum pondus M applicatum ponitur brachio angulari E F C in E.*

§. 137. Coroll. III. Atque hinc etiam,
Fig. 27. ſi brachium quoque ſuperius habeat figuram
Tab. III. angularem, nimirum H G C, & pars H G itidem fuerit horizonti parallela, ac pondus N applicatum in H, ſimiliter ob rationis paritatem vis in nexum in loco C dependenter a pondere N in H eadem erit, quæ foret, ſi idem pondus N brachio directo B C eſſet applicatum in B, & per conſequens vires in communem nexum brachio-

rum EFC & HGC dependenter ab utroque pondere M & N in E & H perinde æquales erunt, nempe eædem, quæ forent, ſi eadem pondera vecti directo & inclinato applicata eſſent in A & B, aut horizontali in *a* & *b* §. 134. & 136.

§. 138. Coroll. IV. Unde, cum per hypotheſin pondus M ſit ad pondus N ut *b* C ad *a* C, *a* C vero & *b* C ſint ipſæ diſtantiæ horum ponderum ab hypomochlio C, adeoque pondera & eorum diſtantiæ ab hypomochlio reciprocent, etiamſi vectis brachia non in directum ſint poſita, ſed vel unum, vel utrumque angulare, modo detur reciprocatio ponderum & diſtantiarum ab hypomochlio, eo ipſo quoque vires, per quas mediante vecte circa illud adverſus ſe mutuo nituntur, in communem ibidem brachiorum nexum æquales erunt, nempe eædem, quæ forent in vecte directo & horizonti parallelo *ab* §. 137, ut itaque in his quoque vectibus angularibus non niſi per hanc ipſam virium æqualitatem pondera circa hypomochlion æquilibrium teneant. *Fig. 27. Tab. III.*

§. 139. Coroll. V. Quoniam denique in his caſibus pondera in vectem agunt *Fig. 27. Tab. III.*

agunt ſecundum directionem B *b*, *a* A ſuæ gravitati propriam, ſeu ad horizontem perpendicularem, vis, qua hypomochlion ab iisdem mediante vecte ſecundum eandem quoque directionem urgetur, itidem par erit vi gravitatis abſolutæ ſummæ ponderum, non ſecus ac in vecte directo ac horizontali accidit §. 127., eo quod nempe, dum mediante vecte mutuo adverſus ſe circa hypomochlion nituntur, ita, ut per æqualitatem virium in nexum ibidem ſeſe circa illud ſuſtineant, ipſa quoque viciſſim, prout per ſuam gravitatem ſecundum dictam directionem ad deſcenſum nituntur, mediante vecte ab hypomochlio ſuſtineantur.

§. 140. THEOREMA.

Si pondera N & D vecti angulari ſecundi generis in B & E applicata, eorumque diſtantiæ b *A, & C A ab hypomochlio A reciprocent, itidem per virium æqualitatem in communem brachiorum B A & E A nexum circa idem hypomochlion in æquilibrio erunt.*

Fig. 28. Tab. III. Demomstr. Vis in communem brachiorum nexum in A dependenter a pondere D, prout brachio E A oblique appli-

applicatum hoc idem directe urget in E, æqualis eſt facto ex vi abſoluta ejusdem ponderis in ejus ab hypomochlio A diſtantiam C A, & ſimiliter vis in eundem nexum dependenter a pondere N, prout directe agit in brachium B A in B, æqualis eſt facto ex vi abſoluta ejusdem in diſtantiam *b* A §. 116: ſed ob ipſam ponderum & diſtantiarum per hypoth. reciprocationem facta iſta ſunt æqualia §. 11. ergo & vires in communem brachiorum BA & EA nexum, dum pondera iſta mediante vecte circa hypomochlion ejusdem brachia urgendo adverſum ſe mutuo agunt, æquales erunt, ac per conſequens per hanc virium æqualitatem ſe ſimul mutuo circa idem in æquilibrio ſuſtinebunt.

§. 141. Coroll. I. Quare, ſi linea *b* A referat brachium vectis angularis horizonti parallelum itidem in A connexum cum brachio E A, idemque, quod prius, pondus N ſit applicatum brachio *b* A in *b*, ob eandem denuo rationem eadem pondera N & D circa hypomochlion in A in æquilibrio erunt, & per conſequens etiam ex. gr. pondus D vectem in *b* eadem vi circa A urgebit deorſum, quæ par eſt vi abſolutæ *Fig.* 28. *Tab. III.*

 pon-

ponderis N, ſeu, quæ eſt ad vim abſolutam ponderis D ut CA ad *b* A.

Fig. 28. *Tab. III.* §. 142. Coroll. II. Atque hinc porro apparet, quomodo, dum pondera vecti ſecundi generis ſecundum directionem ſuæ gravitati propriam ſunt applicata, licet pondus D ſub nulla alia ratione concipi poſſit agere in brachium *b* A ex. gr., & hoc dein mediante adverſus pondus N ac viciſſim, quam per nexum ejusdem brachii *b* A cum brachio EA in A, nihilominus pondus D cum pondere N peræque circa A in æquilibrio ſit, ac ſi pondus D immediate ipſi brachio *b* A in C eſſet annexum, quemadmodum, ſi nimirum vecti ſimplici ſecundi generis, qualem jam referret brachium *b* CA, pondera hæc applicata, eorumque diſtantiæ ab hypomochlio A reciprocent, eadem circa hoc ipſum ſeſe itidem in æquilibrio conſervant §. 109., quantumvis ſub diverſa omnino, ut patet, agendi ratione.

Fig. 28. *Tab. III.* §. 143. Coroll. III. Unde ſimiliter, dum vectis angularis *b* A E hypomochlio innititur in A, & ex. gr. pondus D vectem in *b* eadem ratione deorſum urget circa idem hypomochlion, prout, ſi vecti ſimplici directe eſſet

eſſet applicatum in C, nempe ea vi, quæ par eſt vi gravitatis abſolutæ ponderis N, quod eſt ad pondus D, ut CA ad *b*A, etiam viciſſim idem vectis *b*AE in ipſum hypomochlion in A ea vi deorſum urgebitur, quæ eſt ad vim gravitatis abſolutæ ponderis D, ut *b*C ad *b*A, vel ad vim gravitatis abſolutæ ponderis N ut *b*C ad AC §. 110., ut proin, ſive pondera vecti ſecundi generis ſimplici, ſive angulari ſint applicata, tam quoad vim mutuam circa hypomochlion, quam quoad vim in hoc ipſum nullum omnino diſcrimen intercedat. Id quod circa vires in hypomochlion peculiari magis ratione adhuc oſtendi poteſt.

§. 144. THEOREMA.

Quando pondera N & D vecti angulari b *AE in* b *& E applicata circa hypomochlion in A ſeſe in æquilibrio ſuſtentant, vis, qua ipſum hypomochlion A ſecundum directionem ad horizontem normalem (ſiquidem etiam brachium* b *A ſit horizonti parallelum) urgetur, erit ad vim abſolutam ponderis D ut* b *C ad* b *A.* *Fig. 28. Tab. III.*

Fig. 28. *Tab. III.* DEMONSTR. Si pondus D eſſet applicatum vecti A*b*E in E, & hic ſuſtentaretur in *b* circa idem tanquam centrum mobilis, brachium *b*A in A a pondere D circa *b*, ſeu ſecundum directionem ad horizontem normalem urgeretur deorſum ea vi, quæ par foret vi abſolutæ ponderis, quod brachio *b*A applicatum in A in æquilibrio foret circa *b* cum pondere D, ſeu, quod eſſet ad ipſum pondus D in ratione diſtantiarum a *b* reciproca §. 140. & 141., nempe ut *b*C ad *b*A, & per conſequens, ſi loco ponderis in A vecti A*b*E ibidem ſuppoſitum etiam eſſet aliquod fulcrum, in hoc idem a pondere D vectis directe urgeretur circa *b* eadem vi, quæ nimirum eſſet ad vim gravitatis abſolutæ ponderis D ut *b*C ad *b*A: ſed, ſive ponatur pondus D applicatum vecti angulari A*b*E, ſive vecti *b*AE in E, vectis ob ſolidum & continuum partium nexum a pondere D pro utroque caſu eadem vi urgebitur circa fulcrum in *b*: ergo, ſi jam ponatur vecti *b*AE applicatum pondus D in E, & ſimul etiam ſuppoſitum eidem fulcrum in A, vis quoque, qua a pondere D circa *b* vectis directe urgetur in id ipſum fulcrum in A, erit ad vim abſolutam ipſius ponderis ut *b*C ad BA; ac proinde, dum, ut ponitur,

pon-

pondera N & D vecti angulari b A E in b & E applicata circa fulcrum ſeu hypomochlion in A ſeſe mutuo in æquilibrio ſuſtinent, eaque propter ſimul etiam ipſe vectis a pondere N ſuſtentatur in b non ſecus, ac a fulcro ibidem ſuppoſito, ita, ut a pondere D in E vectis urgeatur tam circa A in b, quam circa b in A, vis, qua mediante vecte a pondere D directe urgetur ipſum fulcrum ſeu hypomochlion in A, erit ad gravitatem abſolutam ipſius ponderis D, ut b C ad b A.

Hoc idem theorema magis directe, ac geometrice hac ratione demonſtrari poterit.

Si ducatur E o normalis ad E b, fiatque E m = C b, ac porro $m\,p$ parallela ad E b, ſeu normalis ad E m Eucl. l. 1. p. 27. ac denique etiam $p\,n$ parallela ad A b, ſeu normalis ad E C, erit ut A b ad C b, ita E b ad E n.

Cum enim, ob mp normalem ad E m, & $p\,n$ normalem ad E C anguli pm E & $p\,n$ E recti ſint, iidemque eidem rectæ E p inſiſtant, erunt quatuor vertices ſeu puncta E, n, m, p, in ſemicirculo, cujus diameter E p, Eucl. l. 3. p. 21. & *Fig.* 28. *Tab. III.*

31.

31.: ergo & duo anguli E*pn* & E*mn* eidem chordæ E*n* vel arcui circuli inſiſtentes æquales erunt. Eucl. l. 3. p. 21: quare, cum anguli CE*o* & CE*b* ſimul rectum efficiant per conſtructionem, nec minus anguli C*b*E & CE*b* (dum angulus EC*b* eſt rectus per hypoth.) Eucl. l. 1. p. 32. part. 2., adeoque anguli C*b*E & CE*o* vel *n* E*o* æquales ſint, uti & anguli E*pn* ac E*mn*, E*pn* vero æqualis angulo EA*b* ob *pn* & A*b* parallelas per conſtr. Eucl. l. 1. p. 27., erunt quoque in triangulis E*mn* & EA*b* hi ipſi quoque duo anguli æquales, ac per conſequens etiam anguli E*nm* & *b*EA Eucl. 1. p. 32. part. 2., ſeu quod idem eſt, ambo triangula erunt æquiangula, atque hoc ipſo ſimilia Eucl. l. 6. p. 4. ac proin A*b*: E*b* = E*m*: E*n*, ſive, cum per hyp. ſit E*m* = C*b*, A*b*: E*b* = C*b*: E*n*, ac denique permutando A*b*: C*b* = E*b*: E*n*.

His jam ſtabilitis, cum pondus D vecti angulari *b*AE applicatum in E urgeat eundem vectem circa *b*, dum hic ibi ſuſtentatur, ita, ut, ſi ponderis D gravitas abſoluta foret ut E*b*, ejus vis, qua vectem in E directe, nempe ſecundum directionem E*o* urgeret circa *b*, foret ad vim gravitatis abſolutæ ut C*b* vel E*m* ad E*b* §. 113., vis vero, qua

agerer

ageret in ipſum fulcrum in *b* ſecundum directionem E *b*, ſecundum quam proin vectem non urgeret circa *b*, eſſet ad eandem vim abſolutam ut E C ad E *b*, §. 114. erit tota vis, qua vectis in E circa *b* urgetur ut C *b* vel E *m*, & quidem ſecundum eandem directionem.

Cum vero pars vectis A *b* urgeri nequeat circa *b*, niſi mediante altera parte A E eidem connexa in A, & punctum E circa *b* eadem vi urgeatur, ſive ea ſit ut E *m* ſecundum hujus lineæ directionem, ſive ſit ut E *p* ſecundum iſtius directionem, eo quod nempe, ſi urgeretur vi E *p*, idem foret, ac ſi ducta *pm* ad E *o* normali id ipſum fieret per vim E *m* ſervata utrinque propria directione (prout ſupponere licet ex determinatione virium in obicem ſecundum directionem in eundem perpendicularem, dum corpus verſus eum oblique movetur), ſi vero vi E *m*, ſimiliter perinde eſſet, ac ſi itidem ducta *pm* ad E *m* normali punctum E urgeret vi E *p* ſecundum hujus directionem, prout colligere licet ex §. 123. ad finem, ſi jam ſtatuatur punctum E, ipſamque adeo vectis partem A E urgeri vi E *m* ſecundum ejusmet A E directionem, vis ſecundum hanc directionem erit, ut E *p*. *Fig. 28. Tab. III.*

Ae

Ac denique, cum vis E *p*, qua pars vectis A *b* per partem A E ſecundum hujus directionem, ſeu oblique urgetur in A, ſit ad vim, qua per eandem obliquam actionem pars vectis A *b* etiam directe ibidem, ſeu in A urgetur, ut E *p* ad E *n*, quæ poſterior ſcilicet vis, dum E C eſt normalis ad A *b*, determinatur ducta *p n* ſimiliter ad E C normali (prout itidem ſupponere licet ex determinatione virium in obicem ſecundum &c.) erit ultimato vis, qua vectis *b* A E in A urgetur circa *b* a pondere D, ſi hujus gravitas abſoluta ſit, ut E *b*, ad hanc ipſam, ut E *n* ad E *b*; ut itaque ob A *b*: C *b* = E *b*: E *n*, vel invertendo C *b*: A *b* = E *n*: E *b*, ſi gravitas abſoluta ponderis D ſit ut A *b*, vis, qua per illud vectis *b* A E circa *b* urgetur in A, ſit ad vim gravitatis abſolutæ ut C *b* ad A *b*, vel, quod idem eſt, primæ denominationi inſiſtendo ut *b* C ad *b* A, atque hoc ipſo, dum vectis a pondere D urgetur circa hypomochlion in A, is vero in *b* vel a fulcro, vel a pondere cum D in æquilibrio conſiſtente ſuſtinetur, vectis ſimul etiam circa *b* in ipſum hypomochlion in A memorata vi urgeatur.

§. 145.

§. 145. THEOREMA.

Si vecti angulari FAE pondera G & D in F & E applicata, eorumque diſtantiæ Fb *&* Cb *ab hypomochlio in* b *reciprocent, eadem denuo per æqualitatem virium in communem brachiorum nexum ad ipſum hypomochlion* b *in æquilibrio erunt.* Fig. 29. Tab. III.

Demonstr. Cum per hypoth. ſit pondus D ad G ut F b ad C b, ſi loco ponderis D ponatur A b ſeu ejus gravitas abſoluta exponatur per ipſam lineam A b, erit in eadem ratione pondus D ad G ut A b ad $\frac{Cb \times Ab}{Fb}$, ; eo quod nempe ſit ut F b : C b = A b : $\frac{Cb \times Ab}{Fb}$, ita, ut ſimiliter pro pondere G ſubſtitui poſſit $\frac{Cb \times Ab}{Fb}$: ergo, cum tota vis dependenter a pondere G in communem brachiorum F b & A b nexum ad ipſum hypomochlion b ſit æqualis facto ex eodem pondere in ejus ab hypomochlio diſtantiam F b §. 87., hæc erit = C b × A b : ſed vis, qua a pondere D vectis circa b urgetur in A, eſt ad vim abſolutam ponderis D ut C b

ad

ad A*b* §. 144. (hoc ipſo nempe, quod, ſi vectis ſuſtentaretur in *b* & A, vis in fulcrum ad A dependenter a pondere D applicato in E foret ad vim abſolutam ejusdem ut *b*C ad *b* A, adeoque etiam ſublato hoc fulcro ex A, ſi vectis aliunde ſuſtentetur, uti in F, hic ipſe vectis a pondere D urgeretur in A circa *b* hac eadem vi *b*C vel C*b*(dum nimirum, ut ponitur, ejusdem ponderis D vis abſoluta eſt ut A*b*): ergo, cum vis ponderis D, qua in A circa hypomochlion ad *b* agit adverſus alterum G, ſit ut C*b*, vis autem tota in communem brachiorum nexum ad ipſum hypomochlion dependenter ab iſta vi C *b* in A itidem ſit æqualis facto ex eadem vi in ipſam ejus diſtantiam ab hypomochlio, ſeu in A*b*, adeoque $= Cb \times Ab$ §. 87., ſive æqualis vi, quæ eſt dependenter a pondere G in eundem nexum, &, ſi detur ea virium æqualitas, per hanc ipſam pondera vecti applicata circa hypomochlion ſeſe in æquilibrio ſuſtineant §. 90., etiam ſub iſta vectis figura pondera eidem in F & E applicata per æqualitatem virium in communem brachiorum nexum ad ipſum hypomochlion in æquilibrio erunt, modo eadem pondera ſint in ratione diſtantiarum F*b* & C*b* ab hypomochlio reciproca.

§. 146.

§. 146. Coroll. *Porro, cum, ſi vectis ſuſtineatur in A, pondus D circa A urgeat ſuſtentaculum in* b *ea vi, quæ eſt ad vim abſolutam ponderis D, ut CA ad* b *A, nempe par vi ponderis, quod vecti* b *AE applicatum in* b *in æquilibrio circa A foret cum pondere D, & ad hoc ipſum ut CA ad b A* §. 141., *per æquilibrium autem ponderum G & D vectis in A re ipſa ſuſtentetur dependenter a pondere oppoſito G*, primo vis, qua per hanc actionem ponderis D circa A vectis urgetur in hypomochlion in *b*, erit ad vim abſolutam ejusdem ponderis, ut CA ad *b* A, dein vero, prout pondus D eundem vectem in A urget circa *b* ea vi, quæ eſt ad vim abſolutam ejusdem denuo ponderis ut *b* C ad *b* A §. 144. & 145., res eodem prorſus modo ſe habet, ac ſi vecti F *b* A in A applicatum eſſet pondus earundem virium, nimirum ut *b* C, ut proin ultimato a pondere D, dum cum pondere G circa *b* in æquilibrio conſiſtit, hypomochlion ibidem duplici ſimul vi urgeatur, nempe una *b* C, per quam a pondere D vectis in A urgetur circa *b*, & altera CA, per quam vectis circa A in id ipſum hypomochlion agitur, vel quod idem eſt, eadem vi tota, quæ eſt ipſius ponderis D expreſſa per *b* A, ac, ubi ſimul idem hypomochlion Fig. 29. Tab. III.

ad A*b* §. 144. (hoc ipſo nempe, quod, ſi vectis ſuſtentaretur in *b* & A, vis in fulcrum ad A dependenter a pondere D applicato in E foret ad vim abſolutam ejusdem ut *b*C ad *b* A, adeoque etiam ſublato hoc fulcro ex A, ſi vectis aliunde ſuſtentetur, uti in F, hic ipſe vectis a pondere D urgeretur in A circa *b* hac eadem vi *b*C vel C*b*(dum nimirum, ut ponitur, ejusdem ponderis D vis abſoluta eſt ut A*b*): ergo, cum vis ponderis D, qua in A circa hypomochlion ad *b* agit adverſus alterum G, ſit ut C*b*, vis autem tota in communem brachiorum nexum ad ipſum hypomochlion dependenter ab iſta vi C *b* in A itidem ſit æqualis facto ex eadem vi in ipſam ejus diſtantiam ab hypomochlio, ſeu in A*b*, adeoque $=$ C*b* $\times$ A*b* §. 87.; ſive æqualis vi, quæ eſt dependenter a pondere G in eundem nexum, &, ſi detur ea virium æqualitas, per hanc ipſam pondera vecti applicata circa hypomochlion ſeſe in æquilibrio ſuſtineant §. 90.; etiam ſub iſta vectis figura pondera eidem in F & E applicata per æqualitatem virium in communem brachiorum nexum ad ipſum hypomochlion in æquilibrio erunt, modo eadem pondera ſint in ratione diſtantiarum F*b* & C*b* ab hypomochlio reciproca.

§. 146.

§. 146. Coroll. *Porro, cum, ſi vectis ſuſtineatur in A, pondus D circa A urgeat ſuſtentaculum in* b *ea vi, quæ eſt ad vim abſolutam ponderis D, ut CA ad* b *A, nempe par vi ponderis, quod vecti* b *AE applicatum in* b *in æquilibrio circa A foret cum pondere D, & ad hoc ipſum ut CA ad b A* §. 141., *per æquilibrium autem ponderum G & D vectis in A re ipſa ſuſtentetur dependenter a pondere oppoſito G*, primo vis, qua per hanc actionem ponderis D circa A vectis urgetur in hypomochlion in *b*, erit ad vim abſolutam ejusdem ponderis, ut CA ad *b* A, dein vero, prout pondus D eundem vectem in A urget circa *b* ea vi, quæ eſt ad vim abſolutam ejusdem denuo ponderis ut *b* C ad *b* A §. 144. & 145., res eodem prorſus modo ſe habet, ac ſi vecti F *b* A in A applicatum eſſet pondus earundem virium, nimirum ut *b* C, ut proin ultimato a pondere D, dum cum pondere G circa *b* in æquilibrio conſiſtit, hypomochlion ibidem duplici ſimul vi urgeatur, nempe una *b* C, per quam a pondere D vectis in A urgetur circa *b*, & altera CA, per quam vectis circa A in id ipſum hypomochlion agitur, vel quod idem eſt, eadem vi tota, quæ eſt ipſius ponderis D expreſſa per *b* A, ac, ubi ſimul idem hypomochlion Fig. 29. Tab. III.

Digitized by Google

ob mutuum æquilibrium etiam ſuſtinet totam vim ponderis G, id ipſum etiam hic urgeatur ea vi, quæ par eſt vi abſolutæ ſummæ ponderum G & D, non ſecus, ac ſi vecti directo primi generis F C immediate in C pondus D eſſet applicatum §. 101.

Fig. 30. Tab. III. §. 147. *SCHOLION. Quod vero pondus hujusmodi vecti angulari ex. gr. in E applicatum reipſa etiam primum deſcripta duplici & diſtincta ratione in vectem, & hoc mediante in hypomochlion, ac pondus oppoſitum agat, ad oculum quoque ſequenti experimento demonſtrari poteſt. Si enim duæ regulæ flexiles ac elaſticæ ex. gr. in A colligentur, & inferiori in E appendatur pondus D, hoc autem ipſum a ſuperiore per pondus G applicatum in F circa hypomochlion in* b *ſuſtineatur, ejusdem pars* b *A ita flectetur, ut prope* b *figuram convexam, prope A vero cavam referat, ubi pars F*b*, uti & regula inferior E A una duntaxat ſimplici ratione flectitur, prout ipſa figura exhibet; quatenus nimirum, dum ex. gr. inferior immediate a ſuperiore in A ſuſtentatur, & a pondere D in E urgetur, ac flectitur circa A, neceſſe eſt, ut ipſa quoque regulæ ſuperioris pars A*b*, dum ſuſtinetur in* b*, ſimiliter circa A urgeatur, utpote inferiori E A ibidem firmiter conjuncta, ac proin per hanc vim intror-*

trorſum flectatur, vel quod idem eſt, figuram cavam induat, ita ſimul, ut, cum in EA vires in nexum elaſticum particularum ab E verſus A continuo creſcant §. 66., ac viciſſim dein in parte A b *ab A verſus* b *continuo decreſcant, utraque EA & A* b, *quævis in ſua ratione, maxime curvetur prope A, deinceps vero verſus E &* b *ſemper minus & minus. Quoniam vero inſuper a pondere D in E ſimul etiam pars regulæ A* b *in A urgetur circa* b, *ita, ut jam vires in nexum elaſticum particularum, per quas eadem pars A* b *ad figuram convexam curvando redigitur, creſcant ab A verſus* b, *adeoque eædem vires per aliquem tractum a* b *verſus A majores ſint, quam illæ, quibus per eundem tractum circa A regula introrſum urgetur, & hæ viciſſim per reliquum tractum verſus A majores, neceſſario regula a* b *verſus A per aliquam partem ipſi* b *viciniorem figuram convexam, per reliquam vero cavam induet.*

§. 148. THEOREMA.

Cujuscunque figuræ ſit vectis, ſi pondera eorumque ab hypomochlio diſtantiæ reciprocent, vires in communem brachiorum nexum ad ipſum hypomochlion, circa quod pondera mediante vecte adverſus ſe mutuo agunt, ſem-

per æquales erunt, eoque ipſo etiam ipſa pondera circa hypomochlion in æquilibrio.

Demonstr. Sub quibuscunque angulis partes vectis ſint conjunctæ, ſi pondera & diſtantiæ reciprocent, etiam vires in communem brachiorum nexum ad ipſum hypomochlion ſub data ponderum & diſtantiarum ratione ab eodem ſemper ſunt æquales, ut hactenus oſtendimus: ſed, cujuscunque figuræ ſit vectis, ea tandem tota eſt a varia ejus partium inclinatione: ergo, quæcunque etiam ſit figura vectis, modo pondera, & diſtantiæ ab hypomochlio reciprocent, ipſæ quoque vires in brachiorum quomodocunque formatorum communem ad hypomochlion nexum æquales erunt, & per conſequens, cum pondera circa hypomochlion adverſus ſe mutuo non agant, niſi mediante vecte, ſeu, niſi per vires in nexum partium ejusdem circa hypomochlion, ſi hæ æquales ſint, etiam ipſa pondera in æquilibrio conſiſtent. §. 90.

§. 149. *SCHOLION. Atque hinc denique habetur ultima ratio, quare, quotiescunque*

que duo pondera vecti applicata, eorumque diſtantiæ ab hypomochlio reciprocant, circa idem in æquilibrio ſeſe contineant; dum nempe, ſi ea reciprocatio detur, facta ex ponderibus in ſuam cujusque ab hypomochlio diſtantiam ſunt æqualia §. 11. & hocipſo etiam vires in communem brachiorum nexum ad ipsum hypomochlion, per quas circa idem adverſus ſe mutuo agunt §. 90., æquales erunt, quippe quæ ipſæ reſpectu cujusque ponderis, quod alteri mediante vecte circa hypomochlion tota ſua vi, qua poteſt, obnititur, ſunt æquales facto ex eodem pondere in ejus ab hypomochlio diſtantiam. §. 91. & ſequentibus. Quomodo autem porro æquilibrium plurium quoque ponderum vecti applicatorum, dum adhuc ab ejus gravitate præſcinditur, eadem ratione nitatur, ſimiliter expendere juverit.

§. 150. LEMMA.

Si lineæ inflexili, & horizonti parallelæ, dum immobiliter ſuſtinetur in A, ſimul applicata ſint duo pondera O, & Q in C, & B, vires in nexum in loco A erunt æquales ſummæ factorum ex quovis pondere in ſuam ab A diſtantiam. Fig. 31. Tab. III.

Fig. 31. *Tab.III.* Demonstr. Si pondus O ſe ſolo eſſet applicatum in C, vis in nexum primæ particulæ, ex quibus linea conſtat, par foret ipſi vi gravitatis abſolutæ ejusdem ponderis. §. 84. Ita, ut dein vis iſta per nexum ſingularum particularum uſque ad A continuo creſcat. §. 80. & quidem in progreſſione arithmetica numerorum 1. 2. 3. 4. &c. §. 84. dum nempe vis, quæ per ſingulas particulas præcedenti continuo accedit, ſemper par eſt primæ vi, ſeu ipſi vi gravitatis abſolutæ ponderis §. primum citato, quod idem ſentiendum de pondere Q, ſi ipſum ſolum eſſet applicatum in B: ſed ob eandem rationem, ſi ſimul ambo pondera eidem lineæ in C, & B ſint applicata, vis, quæ a loco B uſque ad A præcedenti ſemper accedit, par erit ſummæ virium gravitatis abſolutæ utriusque ſimul ponderis, dum nimirum linea in B jam ab utroque ſimul pondere circa A urgeri incipit, id eſt, vis, quæ a B uſque ad A cuilibet præcedenti accedit, ſecundum unam quantitatem ſemper par erit vi gravitatis abſolutæ ponderis O, & ſecundum alteram vi gravitatis abſolutæ ponderis Q: ergo, cum vis dependenter a pondere O a C uſque ad A per nexum ſingularum particularum non aliter

aliter creſcat, ac ſi linea ab eodem ſolo pondere in C urgeretur, uti & ea, quæ eſt dependenter a pondere Q, acſi ab eo ſolo eadem linea urgeretur in B, ultimato vis in nexum ad ipſum fulcrum in A dependenter ab utroque ſimul pondere par erit ſummæ virium, quarum una eſt a pondere O, altera a pondere Q: at vero vis, quæ eſt a pondere O in nexum in ipſo loco A, par eſt facto ex eodem pondere in ejus diſtantiam ab A, & ſimiliter, vis, quæ in eundem nexum eſt a pondere Q, par eſt facto ex hoc ipſo pondere itidem in ejusdem ab A diſtantiam §. 85: ergo vires in nexum lineæ ad ipſum fulcrum in A dependenter ab utroque ſimul pondere O, & Q æquales erunt ſummæ factorum ex quovis pondere in ſuam ab A diſtantiam, ſeu in CA, & BA,

§. 151. Coroll. Quare, cum a pondere O eadem ſit vis in nexum lineæ ad A, ſive ſimul ab altero pondere Q linea quoque urgeatur, ſive non, & viciſſim a pondere Q &c. ita, ut eo ipſo, dum ambo pondera lineæ ſimul juncta ſunt, vires in nexum in loco A æquales ſint ſummæ factorum ex quovis pondere in ſuam diſtantiam ab A *Fig.* 31. *Tab. III.*

 §. 150.

§. 150., ſimiliter etiam, ſi plura pondera lineæ ſint applicata, vires in datum nexum lineæ pares forent ſummæ factorum ex ſingulis in ſuam cujusque ab eodem nexu diſtantiam.

§. 152. LEMMA.

Fig. 32. Tab. III. *Si rectæ AB in directum adjiciatur alia BC, eaque utcunque ſecetur in D, rectangulum ex compoſita AD, & adjecta BC æquale erit duobus rectangulis, quorum unum eſt ex data AB, & parte CD, alterum ex compoſita AC, & parte BD.*

Demonstr. Sit in rectangulo AD *ad* altitudo A*d* æqualis adjectæ BC, & *fd* parti CD, ac per conſequens A*f* = BD: erit proin rectangulum AD *ad* æquale rectangulo ex compoſita AD, & adjecta BC, rectangulum autem *fb gd* æquale rectangulo ex data AB, & parte CD, rectangulum denique AC *cf* æquale rectangulo ex compoſita AC, & parte BD: at vero rectangulum *fb gd* jam continetur in toto AD *ad*, uti & rectanguli AC *cf* pars AD *ef*, ita, ut porro ob *ea* = *fd* = CD, & ob *ga* = *be* = BD = A*f* vel C*c*, rectanguli AC

cf

cf pars reliqua D C *c e* æqualis ſit reſiduæ A D *a d* rectanguli parti *b e a g*: ergo hoc ipſo totum rectangulum AD *ad*, ſeu quod eſt ex compoſita A D, & adjecta B C, æquale eſt duobus rectangulis *f b g d*, & A C *c f* ſimul ſumptis, quorum primum æquale eſt rectangulo ex dato AB & adjectæ parte C D, alterum ex compoſita A C, & adjectæ parte B D.

§. 153. Coroll. I. Quoniam rectangula ſunt ut facta ex baſi in altitudinem, etiam factum ex quantitate A D in quantitatem A *d*, vel B C æquale erit ſummæ factorum, quorum unum eſt ex quantitate A B in quantitatem *f d*, vel C D, alterum vero ex quantitate A C in quantitatem A *f*, vel B D. *Fig. 32. Tab. III.*

§. 154. Coroll. II. Et quia porro ut dimidium ad dimidium, ita duplum ad duplum &c., ſi omnium parallelogrammorum baſes fuerint eædem ut prius, altitudines vero ex. gr. duplæ, itidem eandem inter ſe, ut prius, rationem habebunt, nempe rectangulum, cujus baſis A D, denuo æquale foret reliquis duobus ſimul ſumptis, quorum unius baſis A B, alterius A C: adeoque uni- *Fig. 32. Tab. III.*

verſim, modo ſit Af ad fd ut B D ad C D, rectangulum ex baſi A D, & tota Ad ſemper æquale erit rectangulis, quorum unum eſt ex baſi A B, & altitudine fd, alterum ex baſi A C, altitudine vero Af.

§. 155. LEMMA.

Si linea horizonti parallela, & inflexilis immobiliter ſuſtineatur in loco A, eique applicata ſint duo pondera O & Q in C & B, vires in nexum in loco A erunt eædem, quæ forent, ſi intervalli B C inter hæc duo pondera comprehenſi pars B D fuerit ad alteram partem CD ut O ad Q, & in D ipſa ſumma ponderum eſſet applicata.

Fig. 31. & 32. Tab. III. DEMONSTR. Si parallelogrammi AC cf altitudo A f ſit ad parallelogrammi $fbgd$ altitudinem fd ut B D ad CD, erit parallelogrammum, cujus baſis AD, altitudo A d, ſeu æqualis ſummæ priorum, æquale iisdem duobus parallelogrammis ſimul ſumptis, quorum primi baſis = AC, alterius = AB §. 154. ergo, cum parallelogramma ſint ut facta ex baſi in altitudinem, ſi pondus O applicatum in C fue-

C fuerit ad pondus Q applicatum in B ut BD ad CD, erit ſimiliter factum ex linea AD in ſummam ponderum nempe O & Q, vel in BD + CD æquale ſummæ factorum quorum unum ex linea AC in pondus O, alterum ex linea AB in pondus Q §. 153.: at vero ſi pondus ſit applicatum deſcriptæ lineæ, erit vis in nexum in ipſo loco fulcri A æqualis facto ex diſtantia ponderis ab eodem loco in ipſum pondus § 85. adeoque, ſi plura ſint, ſummæ factorum ex quovis pondere in ſuam a dicto fulcro diſtantiam §. 150. & 151.: ergo, cum factum ex diſtantia AD in ſummam ponderum æquale ſit ſummæ factorum, quorum unum ex diſtantia AC in pondus O, alterum ex diſtantia AB in pondus Q, ſi fuerit BD ad CD, ut O ad Q, vires dependenter ab iſtis duobus ponderibus lineæ inflexili in C & B applicatis eædem erunt in nexum in loco A, quæ forent, ſi in D ipſa ponderum ſumma eſſet applicata.

§. 156. Coroll. I. Cum, ſi fuerit pondus O applicatum in C ad pondus Q applicatum in B, ut BD ad CD, ea ipſa ſit ratio ponderum ac diſtantiarum a loco D reciproca, ſimiliter, ſi pondera, eorumque diſtantiæ a dato quocunque *Fig. 31. Tab. III.*

in

in linea AC loco intermedio, uti D, reciprocent, eorum ſimul vis in nexum in A eadem eſt, quæ foret a ſumma datorum ponderum in dato loco D applicata, ſive jam pondera O & Q vicina ſint ipſi A, ſive inde magis remota, & quæcunque etiam eorundem ab invicem fuerit diſtantia.

Fig. 31. *Tab. III.* §. 157. Coroll. II. Hinc etiam, ſi plura eidem lineæ applicata ponantur pondera, uti inſuper S & T in F & G, cum jam dependenter a duobus ponderibus O & Q vis in nexum ad A ſit eadem, quæ foret ab eorum ſumma applicata in D ob rationem ipſorum ponderum, eorumque diſtantiarum a D reciprocam §. 156. ſimiliter, ſi ſit DE ad FE, ut pondus S ad ſummam ponderum O & Q, vis omnium trium ponderum O, Q & S lineæ in C, B, & F applicatorum in nexum lineæ ad A eadem erit, quæ foret a ſumma ponderum O & Q ſimul applicatorum in D, & a pondere S in F, aut a ſumma omnium trium ponderum ſimul applicatorum in E, nempe æqualis facto ex ſumma horum trium ponderum in diſtantiam EA, quo eodem modo vis omnium quatuor ponderum O, Q, S, T in eundem nexum eadem eſſet, quæ eorundem in u-

nam

nam ſummam collectorum & in I applicatorum, ſi nempe etiam fuerit EI ad GI, ut pondus T ad ſummam trium ponderum O, Q, & S &c. ſeu, quod idem eſt, ſi in I quatuor iſtorum ponderum fuerit commune centrum gravitatis. §. 165.

§. 158. PROBLEMA.

Determinare locum ex. gr. D inter duo pondera O & Q applicata lineæ AC in C & B ea ratione, ut pondera ad ſuas ab eodem loco diſtantias habeant rationem reciprocam, ſeu ut ſit Q ad O ut CD ad BD.

Resolutio. Quæratur quartus terminus proportionalis ad ſummam ponderum O & Q, ad unum eorum ex. gr. O, & ad totam eorundem ab invicem diſtantiam BC, qui quartus terminus ſi ex. gr. ſit BD, ita nempe, ut ſit Q + O : O = BC : BD, erit D locus petitus. *Fig. 31. Tab. III.*

Demonstr. Si fuerit Q : O = CD : BD, erit quoque componendo Q + O : O = CD + BD : BD Eucl. l. 5. p. 18: ergo viciſſim; ſi fuerit Q + O : O = CD + BD : BD, erit etiam Q : O = CD :

CD: BD : ſed per hypoth. BD eſt ipſe quartus terminus proportionalis ad Q+O, ad O, & ad CD + BD, ſeu ad ſummam ponderum O & Q, ad datum pondus O, & ad totam duorum ponderum O & Q ab invicem diſtantiam CD + BD, ſive BC: ergo ſi ad hos tres terminos quæratur quartus proportionalis, erit quoque Q: O = CD: BD, adeoque D ipſe locus petitus.

§. 159. LEMMA.

Si detur recta E C jam ſecta in B & D, item alia G E compoſita ex G F & F E, ita, ut ſit F E = D C, linea E C vero ita ſecetur ex. gr. in A, ut ſit E A : A C = B D : G E, vel EA: AB+BD+DC=BD: GF+FE, ac porro linea H E adjecta ejus ſit rationis, ut ſit GF: FE = B E: HE, erit G F: B C = A D: H A, vel GF: BD+DC = AB+BD: HE+EA.

DEMONSTR.

Fig. 35. Tab. III.

ſit EA+AB = a
AB = x
EA = $a-x$
BD = b
DC = d

His poſitis, cum ſi dentur quatuor poſitione termini, & factum extremorum ſit æquale facto duorum

GF

$GF = e$
$FE = DC = d$
ac porro ob
$GF : FE = BE : HE$
$e : d = a : \frac{ad}{e}$
$HE = \frac{ad}{e}$

mediorum, termini iſti ſint Geometrice proportionales, ita ſcilicet, ut, quam rationem habet primus ad ſecundum, eandem etiam habeat tertius ad quartum Eucl. l. 6. p. 16., erit ſimiliter $GF : BD + DC = AB + BD : HE + EA$ ſeu $e : b + d = x + b : \frac{ad}{e} + a - x$; ſi fuerit factum ex primo termino in ultimum, nempe ex e in $\frac{ad}{e} + a - x$, quod eſt $ad + ae - ex$, æquale facto duorum mediorum, ſeu facto ex $b + d$ in $x + b$, quod eſt $b^2 + bd + bx + dx$: at vero hæc duo facta, quorum primum compendii cauſa dicatur V, alterum Z, ſunt æqualia; cum enim jam per hypotheſin ſit $EA : AB + BD + DC = BD : GF + FE$ ſeu $a - x : x + b + d = b : e + d$, &, ſi quatuor termini ſint geometrice proportionales, factum duorum extremorum æquale ſit facto duorum mediorum loco cit., erit primo factum ex $a - x$ in $e + d$ æquale facto ex $x + b + d$ in b, nempe

ad

$ad + ae - dx - ex = b^2 + bd + bx$, quorum primum dicatur S, alterum R: ſecundo autem, cum factum ex e in $\frac{ad}{e} + a - x$ ſit $ad + ae - ex$ ſeu V, factum vero ex $b + d$ in $x + b$ ſit $b^2 + bd + bx + dx$ ſeu Z, adeoque factum S minus ſit facto V quantitate dx, & ſimiliter factum R minus facto Z eadem quantitate dx, erit, dum facta S & R ſunt æqualia, etiam factum V æquale facto Z: ergo, cum factum V ſeu ex e in $\frac{ad}{e} + a - x$ æquale ſit facto Z ſeu ex $b + d$ in $x + b$, erit denique $e : b + d = x + b : \frac{ad}{e} + a - x$ ſeu GF : BD + DC = AB + BD : HE + EA, vel GF : BC = AD : HA.

§. 160. LEMMA.

Si linea HC referat vectem, & in H appenſum ſit pondus M, in B vero pondus Q, in C pondus O, ac determinetur dein juxta Problema §. 158. inter H & B locus E ea ratione, ut pars BE ad partem HE ſit ut pondus M ad Q, & ſimiliter determinetur lo-

locus D inter B & C, ita, ut B *D ad D C eandem rationem habeat, quam pondus O ad Q, ac denique etiam locus A, ita, ut, ſi ſumma ponderum M & Q foret applicata in E manente pondere O in C, ſit E A ad A C ut pondus O ad ſummam ponderum M & Q, tam factum ex ſumma ponderum M & Q in E A æquale erit facto ex pondere O in A C, quam factum ex ſumma ponderum Q & O in D A æquale facto ex pondere M in H A.*

Demonstr. Prima pars. Cum per hypoth. ſit EA ad AC ut pondus O ad *Fig.* 33. ſummam ponderum M & Q, adeoque *Tab. III.* quatuor iſti termini, nempe EA, AC, pondus O, ſumma ponderum M & Q geometrice ſint proportionales, ac per conſequens factum duorum extremorum æquale facto duorum mediorum Eucl. l 6. p. 16., erit quoque factum ex ſumma ponderum M & Q in EA æquale facto ex pondere O in AC.

Altera pars. ſi fuerit FE $=$ DC, & primo pondus M ad Q ut GF ad FE, erit (cum per hypoth. ſit pondus Q ad O ut DC ad BD, adeoque etiam ut

FE ad BD) pondus M ad Q ut GF ad FE, & Q ad O ut FE vel DC ad BC, ut proin GF, FE vel DC ac BD pro ipſis ponderibus M, Q, & O ſubſt tui poſſint. Quare cum porro per hypoth. ſit EA ad AC ut pondus O ad ſummam ponderum M & Q, erit quoque EA : AC ſeu EA: AB + BD + DC = BD : GF + FE. unde denique, cum rurſus per hypoth. ſit BE ad HE ut M ad Q, ſeu ut GF ad FE, adeoque etiam GF: FE = BE: HE, erit ultimato GF:BD + DC = AB + BD : HE + EA § 159., ac per conſequens, cum, ſi quatuor termini fuerint geometricæ proportionales, factum duorum extremorum æquale ſit facto duorum mediorum Eucl. l.6. p. 16., factum ex GF in HE + EA vel in HA æquale facto ex BD + DC in AB + BD vel in AD, ut itaque, ſi pro GF, DC ac BD ipſa pondera M, Q, & O denuo reſtituantur, factum ex pondere M in partem vectis HA æquale ſit facto ex ſumma ponderum Q & O in partem vectis AD. Hujus ejuſdem alterius Partis veritas etiam ex eo haberi poteſt, quod, cum per hypoth. juxta probl. § 158. jam dentur HE & BE, item BD & CD, ac denique EA & CA, hoc ipſo quoque dentur HA & DA, ita, ut ſi

DA

DA ducatur in ſummam ponderum O & Q, HA vero in pondus M, ambo facta ſimiliter æqualia ſint.

§. 161. Coroll. *Quoniam, ſi pars vectis HA ſuſtentetur in A, vires in ejusdem nexum ad ipſum fulcrum in A dependenter a pondere M applicato in H æquales ſint facto ex eodem pondere in ejus ab A diſtantiam, ſeu in HA §. 85., & ſimiliter, ſi ibidem, nimirum in A ſuſtentetur pars vectis CA, vires in eundem nexum dependenter a ponderibus O & Q in C & B applicatis æquales ſunt ſummæ factorum ex iisdem in ſuam cujusque diſtantiam ab A, nempe ex O in CA & Q in BA §* 150., *hæc ſumma factorum vero æqualis eſt facto ex ſumma eorundem ponderum O & Q in DA, ita, ut vires in dictum nexum ad A a ponderibus O & Q in C & B applicatis eædem ſint, quæ forent, ſi in D applicata eſſet ipſa horum ponderum ſumma.* § 155., erunt quoque, cum factum ex pondere M in HA æquale ſit facto ex ſumma ponderum O & Q in DA § 160., vires in nexum vectis ad ipſum fulcrum in A, quibus circa idem pondus M in H, ac pondera O & Q in C & B mediante vecte adverſus ſe mutuo nituntur, æquales; ut proin, ſi in vecte HC primo juxta Problema § 158. determine- Fig. 33. Tab. III.

tur locus E inter H &B, ubi pondera M & Q vecti ſunt applicata, ea ratione, ut ſit BE ad HE, ut pondus M ad Q, ac dein etiam locus A inter E & C, ita, ut ſit CA ad EA ut ſumma ponderum M & Q ad pondus O applicatum in C, prout § 160., vires in nexum vectis ad A, ſi hic ibidem ſuſtentetur, dependenter a pondere M applicato in H æquales ſint viribus in eundem nexum dependenter a ponderibus O & Q in C & B vecti applicatis, ac per conſequens etiam eadem pondera circa A in æquilibrio § 90.

§ 162. THEOREMA.

Si plura pondera, uti R, S, T, Q, O vecti in F, I, G, B, C ſint applicata, & primo juxta Problema § 158. determinetur punctum L, ita ſcilicet, ut ſit I L ad F L ut pondus R ad S, & ſimiliter ſecundo punctum H ea ratione, ut ſit GH ad LH ut ſumma ponderum R & S ad T, ac ſic deinceps etiam puncta E & A, ita ſcilicet, ut denuo ſit BE ad HE ut ſumma ponderum R, S, & T ad Q, ac denique CA ad EA ut

ut ſumma ponderum R, S, T, Q ad O, erit A ipſum punctum, ubi, ſi vectis ibidem ſuſtentetur, vires in brachiorum F A & C A communem nexum dependenter a ponderibus R, S, T & Q, O æquales erunt, ac eo ipſo pondera iſta vecti in memoratis locis applicata circa A in æquilibrio.

Demonstr. Si fuerit I L ad FL ut pondus R, ad pondus S, vis in nexum lineæ FA ad A dependenter ab iisdem ponderibus erit eadem, quæ foret, ſi ſumma eorundem ponderum R, S eſſet applicata in L § 155. & 156., ac, ſi porro fuerit GH ad L H ut ſumma ponderum R & S ad pondus T, itidem vis in nexum ad A eadem foret, ac ſi ſumma ponderum R, S, T eſſet applicata in H § 157.: ergo cum per hypoth. Detur iſta ratio horum ponderum, ac punctorum in vecte L & H, vis in nexum ad A' eadem erit, ſive pondera R, S, T vecti applicata ſint in F, I, G, ſive tota eorum ſumma in H: at vero, ſi fuerit BE ad HE ut pondus applicatum in H ad pondus Q, ac denique CA ad EA ut ſumma iſtorum duorum ponderum ad pondus *Fig.* 34. *Tab. III.*

O, vires in nexum vectis ad A, ſi hic ibidem ſuſtentetur, dependenter a pondere applicato in H æquales ſunt viribus in eundem nexum dependenter a ponderibus O & Q applicatis in C & B § 161.: ergo, cum per hypoth. ſit BE ad HE ut ſumma ponderum R, S, T, ad pondus Q, & CA ad EA, ut ſumma ponderum R, S, T, Q ad pondus O, & vires in nexum ad A dependenter a ponderibus R, S, T eædem ſint, quæ forent, ſi eorundem ponderum ſumma eſſet applicata in H, etiam vires in eundem nexum dependenter a ponderibus R, S, T in F, I, G applicatis æquales erunt viribus in hunc ipſum nexum dependenter a ponderibus O, Q in C & B vecti applicatis, & per conſequens etiam ipſa hæc pondera circa A in æquilibrio, cum pondera circa fulcrum vel hypomochlion adverſus ſe mutuo non agant, niſi mediante vecte, ſeu, niſi per vires in communem brachiorum nexum ejusdem circa hypomochlion, & proin, ſi hæ æquales ſint, etiam ipſa pondera in æquilibrio conſiſtant. §. 90.

Fig. 35. Tab. III. §. 163. Coroll. I. Atque hinc etiam, cuiuscunque figuræ ſit vectis, ſimiliter

ter pondera S, T, R, Q, O in *f*, *i*, *g*, *b*, *c* eidem applicata circa *a* in æquilibrio forent! *cum enim, cujuscunque figuræ ſit vectis, vires in nexum eiusdem in loco, ubi ſuſtentatur, dependenter* a *duobus ponderibus ei applicatis eodem modo ſe habeant, ac ſi ipſa pondera vecti ad horizontem parallelo ſub iisdem a fulcro diſtantiis eſſent applicata, ita, ut, ſi pondera, eorumque diſtantiæ ab hypomochlio reciprocent, vires in nexum vectis ibidem dependenter ab utroque hinc & inde pondere æquales ſint facto ex quovis in ſuam ab hypomochlio diſtantiam, ac etiam ſibi mutuo æquales, non aliter ac in vecte ad horizontem parallelo § 148., eadem quoque erit ratio virium in nexum vectis cujuscunque formæ ad locum, ubi ſuſtentatur, dependenter* a *pluribus ponderibus eidem applicatis, quæ eſt, ſi ea ipſa forent ſub iisdem* a *fulcro diſtantiis applicata vecti ad horizontem parallelo;* ut proin, ſi ſimiliter foret I L ad F L, ut pondus R ad pondus S, & GH ad LH, ut ſumma ponderum R & S ad pondus T &c, vires dependenter a ponderibus R, S, T in communem nexum vectis ad *a*, ſi hic nimirum ibi ſuſtentetur, æquales eſſent ſummæ factorum in ſuam cujusque diſtantiam ab A vel *a* § 151., nimirum in FA, IA, GA

P 4 §. 7.,

§ 7., uti & facto ex ſumma horum ponderum in diſtantiam HA § 157., nec non etiam vires in eundem nexum dependenter a ponderibus O & Q æquales ſummæ factorum ex pondere O in ſuam ab A diſtantiam CA & pondere Q in ſuam itidem ab A diſtantiam BA § 151., ac denique etiam vires a ponderibus R, S, T, æquales viribus a ponderibus O & Q, & per conſequens ipſa pondera in æquilibrio circa *a* § 162.

Fig. 36. *Tab. IV.* § 164. Coroll. II. Ob eandem quoque rationem, ſi ſingula pondera R, S, T, Q, O ſeorſim ſint juncta radiis, de quorum, uti hactenus, gravitate præſcinditur, in A ſimul connexis, fueritque pariter I L ad FL, ut pondus R ad pondus S &c. uti § 162., ſimiliter etiam in hoc caſu pondera R, S, T & pondera O, Q ſeſe mutuo circa A per æqualitatem virium in communem nexum ad A in æquilibrio ſuſtinebunt, dum nempe vires ſingulorum in hunc nexum ſunt æquales facto ex quolibet pondere in ſuam ab A diſtantiam § 118., adeoque tota vis, vel ſumma virium a ponderibus R, S, T, uti & a ponderibus O, Q in dictum nexum par ſummæ facto-

rum

rum ex ipſis in ſuas diſtantias, ita, ut hæ vires ſimul utrinque æquales ſint § 162.

§ 165. Coroll. III. *Quare, cum in A vel in linea ad horizontem normali, ac tranſeunte per A etiam ſit commune centrum gravitatis omnium ponderum vecti applicatorum § 24., & ex eodem capite in E centrum gravitatis ponderum R, S, T, Q, ac ſimiliter in H ponderum R, S, T & denique in L ponderum R & S, quatenus nempe, ſi hæc duo ultima ſuſtentarentur in L, eadem circa L per theorema § 91. in æquilibrio forent, reliqua vero per theorema § 162. circa H vel E vel A, ſi nimirum ſimiliter ibidem ſuſtentarentur*, hoc ipſum theorema ſimul oſtendit, qua ratione commune centrum gravitatis quotcunque corporum invicem connexorum ſit determinandum, quod ſcilicet obtinebitur, ſi juxta Problema § 158. primo quæratur centrum gravitatis duorum, dein trium, ea nimirum ratione operando, ac ſi duo præcedentia ſimul per modum unius in ſuo jam determinato gravitatis centro eſſent applicata, ut ipſum præcedens theorema petit, & ſic ulterius, ſi plura ſint pondera, pergendo, ubi dein punctum, quod ex ultima determinatione prodit, ipſum deſide- *Fig. 34. Tab. III.*

ratum commune centrum gravitatis omnium ſimul corporum erit, ita, ut proin pondera R, S, T cum ponderibus O, Q, peræque circa A in æquilibrio forent, ſive illa tria ſuis in locis F, I, G, ſive eadem ſimul in H tanquam eorum gravitatis centro vecti forent applicata.

Fig. 34. *Tab.III.* §. 166. Coroll. IV. Denique, cum vires in nexum vectis ad A dependenter a ponderibus R, S, T æquales ſint ſummæ factorum ex ſingulis in ſuam diſtantiam ab A §. 151., uti & facto ex eorundem ponderum in H A, ſeu in diſtantiam centri gravitatis eorum ab A §. 157., etiam ſumma factorum ex ſingulis in eorum diſtantias ab A æqualis erit facto ex ſumma eorundem in diſtantiam centri gravitatis ipſorum ab A, ac per conſequens, ſive ad determinandas has vires facta ex ſingulis ponderibus in ſuam cujusque ab A diſtantiam in unam colligantur ſummam, ſive ipſorum ponderum ſumma ducatur in diſtantiam centri gravitatis eorum ab A, ſeu in H A, eædem vires a ponderibus R, S, T in nexum vectis ad ipſum A æquales erunt viribus, quæ in eundem nexum ſunt a ponderibus O & Q §. 162.

§. 167.

§. 167. SCHOLION. *Quæ cum ita ſe habeant, mirum jam non eſt, cur per hypotheſes Sectione II. propoſitas, etſi rationes in iis allatæ, per quas, ſi pondera vecti applicata, eorumque ab hypomochlio diſtantiæ reciprocent, eadem circa hoc in æquilibrio conſiſtant, cum hac æquilibrii proprietate non adeo congruere videantur, nihilominus æque infallibiliter, nempe hac ipſa primum deſcripta methodo commune centrum gravitatis plurium corporum invicem connexorum determinari poſſit, ac etiam fuerit determinatum, eo ipſo ſcilicet, quod omnes pro ſcopo ſuo ipſam rationem ponderum ac diſtantiarum ab hypomochlio reciprocam habeant, unde nimirum quemadmodum, ſi eadem ponderum ac diſtantiarum ab hypomochlio ratio reciproca detur, duo facta nempe ex quovis pondere in ſuam cujusque diſtantiam æqualia ſunt* §. 11. *adeoque & vires in communem nexum ad ipſum hypomochlion, per quam virium æqualitatem ipſum eorum æquilibrium habetur* §. 91., *ita etiam, ſi plura ſint pondera, uti R, S, T, Q, O, & juxta deſcriptam* §. 165. *determinationem ſumma ponderum R, S, T, Q, quorum centrum gravitatis eſſet in E, ſit ad pondus O ut CA ad EA; tam ſumma factorum ex ſingulis ponderibus R, S, T in ſuam cujusque diſtantiam ab A, quam factum ex ſumma eorundem in diſtantiam centri gravitatis ipſorum ex. gr.* Fig. 34. Tab. III.

H a communi centro A æquale erit ſummæ factorum ex ponderibus Q & O in ſuam itidem cujusque diſtantiam ab A, vel facto ex ſumma horum in diſtantiam centri gravitatis ipſorum a centro communi A, atque eoipſo, ſi mediante vecte in A ſuſtentur, vires quoque in communem ibidem nexum æquales erunt, per quam virium æqualitatem jam ſeſe pondera circa A in æquilibrio continebunt, ut hactenus oſtendimus.

§. 168. *SCHOLION II. Cum itaque, ſi corpora vecti applicata circa hypomochlion in æquilibrio conſiſtant, id non niſi per æqualitatem virium in nexum vectis ibidem habeatur, dum illum gravitatis expertem, ac tanquam lineam, ſeu nulla in altum & latum extenſione præditum poſuimus, jam dubio locus ſupereſſe non poteſt, quin etiam, ſi vectis in ſtatu phyſico, ſeu ſecundum trinam dimenſionem, & gravitatem accipiatur, ab eadem duntaxat virium æqualitate in nexum partium vectis in eo plano ad horizontem normali, in quo is una cum corporibus ſibi junctis in æquilibrio ſuſtentari ponitur, invicem connexorum tanquam unica cauſa id ipſum æquilibrium dependeat, ut proin nil ſupereſſe videatur, quam ut, unde ea virium æqualitas habeatur, ac quomodo inde ipſum commune gravitatis centrum plurium corporum*

per aliud intermedium invicem connexorum, aut unius ejusdemque determinetur, adhuc oſtendamus.

Sectio Quinta.

EADEM ÆQUILIBRII CAUSA A STATU METAPHYSICO AD PHYSICUM TRANSFERTUR.

§. 169. LEMMA.

Summa progreſſionis aritbmeticæ plurimorum terminorum, quorum primus eſt quantitas exigua, vel minima, ſecundum ſeriem numerorum ordinatim creſcentium 1, 2, 3, &c. eſt ad terminum ultimum, ut triangulum rectangulum ABC ad ipſam ejusmet baſin BC.

DEMONSTR. Per quodcunque altitudinis ſeu lineæ AB punctum ex. gr. E ducatur ad hypothenuſam AC linea EF baſi BC parallela, eadem ſemper erit ad ipſam baſin, ut dati puncti E Fig. 37. Tab. IV.

in

in linea AB diſtantia a vertice trianguli A ad totam trianguli altitudinem AB, dum nempe eſt EF : BC = AE : AB Eucl. l. 6. p. 2., ac per conſequens omnes lineæ a vertice trianguli usque ad baſin BC per ſingula puncta altitudinis AB ad hypothenuſam ductæ, & ad baſin parallelæ continuo in eadem ratione creſcent, in qua creſcunt diſtantiæ ſingulorum punctorum lineæ AB a vertice trianguli A usque ad B: ſed hæ diſtantiæ creſcunt directe ſecundum progreſſionem arithmeticam numerorum 1. 2. 3. &c. ergo etiam omnes & ſingulæ lineæ a vertice trianguli A usque ad baſin BC per ſingula altitudinis AB puncta ad hypothenuſam AC ductæ erunt ut termini ſecundum progreſſionem arithmeticam a vertice verſus baſin creſcentes, quorum primus eſt quantitas exigua vel minima, ita, ut ſimul omnes ipſam ſummam ejusdem progreſſionis conficiant: at vero hæ omnes lineæ, quarum ultima, ſeu baſis BC eſt terminus ultimus hujus progreſſionis, ipſam quoque trianguli ABC aream conſtituunt: ergo ſumma progreſſionis arithmeticæ plurimorum terminorum, quorum primus eſt quantitas exigua vel minima, eſt ad ultimum terminum, ut triangulum re-

ctan-

ctangulum ABC ad ipſam ejusmet baſin B C.

§. 170. Coroll. *Quoniam, ſi trianguli rectanguli, uti etiam cujuscunque alterius altitudo & baſis fuerit eadem, quæ parallelogrammi ejusdem altitudinis, triangulum dimidium eſt parallelogrammi Eucl. l.* 1. *p.* 41., *adeoque etiam, ſi parallelogrammi eadem ſit altitudo, baſis vero dimidia, vel viciſſim, parallelogrammum æquale eſt triangulo, ac porro omne parallelogrammum æquale eſt facto ex ejusdem baſi in ejus altitudinem*, erit quoque ſumma dictæ progreſſionis arithmeticæ terminorum, quorum primus eſt quantitas exigua, ſecundum ſeriem numerorum 1. 2. 3. &c. ordinatim creſcentium æqualis facto ex dimidio terminorum numero in terminum ultimum, vel ex integro eorundem numero in dimidium ultimi. Unde etiam, cum (ſi in parallelogrammo *m* EA*n* baſis E*m* fuerit æqualis altitudini trianguli AB, ſeu memorato terminorum numero, altitudo vero ejusdem AE æqualis dimidiæ altitudini trianguli, ſeu dimidio terminorum numero, in parallelogrammo vero FEAO baſis FE æqualis baſi trianguli BC, ſeu ultimo termino progreſſionis, altitudo autem itidem AE) parallelogrammum FEAO ſit ad parallelo- Fig. 37. & 38. Tab. IV.

lelo-

lelogrammum $mEAn$ ut EF ad Em Eucl. l. 6. p. 1. ſive permutando FEAO: EF $=$ $mEAn$: Em Eucl. l. 5. prop. 16., erit quoque ſumma progreſſionis arithmeticæ (quæ eſt ut triangulum ABC vel ut parallelogrammum FEAO) ad terminum ultimum ut factum ex dimidio terminorum numero in integrum (quod factum exprimitur per parallelogrammum $mEAn$) ad eundem ipſum terminorum numerum, qui exponitur per lineam $Em = AB$.

§. 171. THEOREMA.

Si lineæ AB horizontaliter protenſæ, & in A immobiliter fixæ ſingula puncta ipſa ſint gravia, vis in nexum in termino A dependenter a gravitate totius lineæ æqualis eſt facto ex vi gravitatis totius lineæ in dimidiam ejus longitudinem AC.

Fig. 39. Tab. IV. Demonstr. vis in nexum in termino A dependenter a quolibet lineæ puncto æqualis eſt facto ex ejusdem puncti diſtantia ab A in ipſam ejus gravitatem § 85.: ergo vis in nexum dependenter ab omnibus punctis erit æqualis ſummæ factorum ex cujuslibet

puncti

puncti ponduſculo in ejusdem ab A diſtantiam : ſed hæc ipſa facta ſunt ſecundum progreſſionem arithmeticam numerorum ordinatim creſcentium 1. 2. 3 &c., dum nempe ſingula puncta, quorum diſtantiæ ab A verſus B creſunt in dicta progreſſione arithmetica, ponuntur eſſe ejusdem gravitatis, adeoque & ipſa facta ex cujuslibet puncti ponduſculo in ejusdem diſtantiam ab A in eadem ratione creſunt: ergo, cum ſumma omnium terminorum progreſſionis arithmeticæ, quorum primus eſt quantitas minima, ſecundum ſeriem numerorum ordinatim creſcentium 1. 2. 3 &c. ſit æqualis facto ex dimidio terminorum numero in terminum ultimum, adeoque, dum hic dimidius terminorum numerus eſt ut ipſa dimidia lineæ longitudo AC, ultimus vero terminus ſeu maximus ut integra linea AB, etiam æqualis facto ex dimidio terminorum numero in integrum § 170., erit quoque dependenter ab omnibus punctis gravibus lineam AB conſtituentibus, ſeu dependenter a gravitate totius lineæ vis in nexum ad terminum A æqualis facto ex dimidio eorundem punctorum numero in integrum, ſive, quod idem eſt, ex gravi-

tate totius lineæ in dimidiam ejus longitudinem AC.

Fig. 39. Tab. IV. §. 172. Coroll. I. Unde, ſi viciſſim linea AB poneretur inflexilis quidem, ſed tamen gravitatis expers, & in ejus medio C appenſum pondus gravitatem totius lineæ æquans, vis in nexum in loco A dependenter ab hoc pondere eadem foret, quæ, ſi eadem linea gravitate prædita eſſet, nempe æqualis facto ex gravitate totius lineæ AB in dimidiam ejusdem longitudinem AC, ſeu ex dato pondere in ejusdem diſtantiam ab A § 85.

Fig. 39. Tab. IV. §. 173. Coroll. II. Similiter, cum, ſive ducatur tota lineæ longitudo in dimidiam ejus gravitatem, ſive tota ejus gravitas in dimidiam longitudinem, facta ſint æqualia, etiam vis in nexum in termino A eadem foret, ſi denuo linea ponatur gravitatis expers, & in ejus extremitate B applicatum pondus gravitatis dimidiæ ejus, quæ foret ipſius lineæ § 85.

§. 174. Coroll. III. Eadem de cauſa factum ex parallelogrammo, prout grave ponitur, in dimidiam ejus longitudinem æquale erit facto ex eadem di-

dimidia longitudine in pondus ejusdem gravitatis, quæ eſt parallelogrammi, & ſimiliter factum ex gravitate parallelepipedi aut cylindri in dimidiam ejus longitudinem æquale erit facto ex pondere gravitatem parallelepipedi aut cylindri æquante itidem in dimidiam cujusque longitudinem, ac per conſequens, ſi quodvis horum horizontaliter ſuſtentetur, vires in nexum in loco, ubi ſuſtentatur, dependenter a parte ultra ſuſtentaculum prominente eædem erunt, quæ forent a pondere ejusdem cum ea parte prominente gravitatis, ſi nempe viciſſim ea pars poneretur gravitatis expers, & pondus in ejusdem medio, vel etiam pondus gravitatis dimidiæ ejus extremo applicatum.

§. 175. LEMMA.

Si parallelogrammi ABCD, quod ſit ſecundum lineam AB horizonti parallelam, ſecundum AD ad eundem normale, & gravitate præditum, pars A m n *D alteri parti* B m n *C duntaxat ſit connexa in* m, *hæcque altera pars immobiliter ſuſtineatur, vis in nexum in loco* m *dependenter a parte A* m n *D, dum per ſuam gravitatem ad deſcenſum nititur circa* n, *erit æ-* Fig. 40. Tab. IV.

qualis facto ex ejuſdem gravitate in dimidiam ejus longitudinem e n, *diviſo autem per altitudinem*

n m

Fig. 40. Tab. IV. Demonstr. Vis in nexum in loco *m* eadem eſt dependenter a parte parallelogrammi A *m n* D, quæ foret a pondere ejusdem gravitatis, ſi viciſſim ea pars gravitatis expers poneretur, & pondus in ejusdem medio *e c* applicatum §. 174: ſed, cum pondus urgeat ſecundum directionem ad horizontem normalem, eandem vim ſemper exercebit circa *n* in nexum ad *m*, ſive applicatum ſit in *c*, ſive in *e*: ergo eanden quoque vim exercebit in nexum ad *m* circa *n*, quam, ſi eſſet vecti rectangulari *e n m* applicatum in *e*, exerceret adverſus aliud pondus, quod brachio verticali *n m* directe applicatum in *m* circa *n* ab eo ſuſtineretur, nempe eam vim, quæ par foret vi gravitatis abſolutæ hujus ponderis, qua nimirum eadem tota viciſſim hoc pondus in *m* obniteretur: at vero pondus iſtud eſt ad alterum applicatum in *e*, dum ſeſe circa *n* mutuo ſuſtinent, ut *e n* ad *n m*, nimirum in ratione reciproca diſtantiarum ab *n*, § 94., ſive, quod

quod idem eſt, ut quartus terminus proportionalis ad *nm*, ad *en*, & ad pondus applicatum in *e*: ergo, cum, ſi gravitas ponderis applicati in *e* dicatur M, quartus hic terminus proportionalis ſit $= \frac{M \times en}{nm}$, ſive æqualis facto ex gravitate ponderis applicati in *e* in dimidiam partis parallelogrammi A *mn* D longitudinem *en*, diviſo autem per altitudinem *nm*, ipſa quoque vis, quæ in nexum in loco *m* foret a dicto pondere applicato in *e*, huic facto per altitudinem diviſo par erit, ac per conſequens, cum vis in hunc ipſum nexum a parte parallelogrammi A *mn* D, prout grave eſt, eadem ſit, quæ eſſet a pondere pro ipſa in *e* ſubſtituto, vis ab hac parallelogrami parte in nexum in loco *m* circa *n* itidem æqualis erit facto ex gravitate ejusdem in dimidiam ejus longitudinem *en*, ac per altitudinem *nm* diviſo.

§. 176. Coroll. *Quoniam, ſi pars parallelogrammi A* m n *D cum altera parte tantum eſſet connexa in* m, *vis dependenter ab illius gravitate in hunc nexum par eſt vi gravitatis abſolutæ ponderis, quod* Fiig. 40. Tab. IV.

vectis rectangularis e n m *brachio verticali* n m *directe in* m *applicatum in æquilibrio foret cum pondere in* e *ejusdem cum dicta parallelogrammi parte gravitatis* § 175.,
Similiter, ſi ejusdem vectis brachio *n m* per ſingula puncta directe eſſent applicata pondera ejus rationis, ut ſingula ab *n* creſcerent uniformiter, ſeu in ratione altitudinum, vel diſtantiarum ab *n*, ſive ſecundum progreſſionem arithmeticam numerorum 1. 2. 3 &c., eaque ſimul omnia in æquilibrio circa *n* ſuſtinerent idem, ut prius, pondus in *e*, etiam dependenter a parte parallelogrammi A*mn*D, prout ea per totam altitudinem *nm* cum altera eſt connexa, vis in nexum in loco *m* eſſet æqualis vi gravitatis ponderis, quod ex illis brachio vectis *n m* per ſingula puncta applicatis ſupremum & maximum eſt, eoquod ſcilicet ea parallelogrammi pars per ſuam gravitatem jam circa *n* ageret in totum nexum *n m*, ita, ut, ſi particulæ per eam altitudinem diſpoſitæ ratione nexus poſſent cedere, magis deberent cedere ſuperiores, quam inferiores, & quidem pro ratione altitudinis, ſeu diſtantiæ ab *n*, vel, quod idem eſt, ſecundum progreſſionem arithmeticam numerorum 1. 2. 3. &c., atque hoc
ipſo

ipſo dependenter a parte parallelogrammi A *m n* D viciſſim vires in nexum ſingularum particularum ab *n* verſus *m* continuo & uniformiter creſcant, ac proin vis in nexum in loco ſupremo *m* æqualis ſit vi gravitatis abſolutæ ponderis, quod ex illis, quæ vectis rectangularis Brachio *n m* per ſingula puncta in memorata ratione applicata ſimul omnia ſuſtinerent alterum pondus in *e*, ſupremum, & maximum foret.

§. 177. LEMMA.

Si vectis rectangularis brachio n m *per ſingula puncta ab* n *uſque ad* m *directe applicata ſint pondera ea ratione, ut, quemadmodum creſcunt diſtantiæ punctorum ab* n *verſus* m, *ita etiam creſcant pondera, nempe ſecundum progreſſionem arithmeticam numerorum.* 1. 2. 3 *&c.*, *fueritque* n o *ad* n m *ut* 2 *ad* 3., *omnium ponderum centrum gravitatis erit in* o.

Demonstr. Si pondera in dicta ratione creſcant, eadem erunt, ut ex gr. in triangulo rectangulo *p u n*, ubi *Fig.* 41. *Tab. IV.*

pn = *mn*, lineæ per ſingula puncta rectæ *pn* ad hypothenuſam *un* ductæ, & ad baſin *pu* parallelæ §. 169 : ſed ſi fuerit *no* ad *np* ut 2 ad 3, pars trianguli *puyo* erit circa rectam *oy* in æquilibrio cum parte trianguli *oyn* §.200., adeoque etiam circa *o*, ſi totum triangulum ibi ſuſtineatur : ergo & circa idem *o* omnes lineæ, quæ in parte trianguli *puyo* per *po* ad hypothenuſam *un* baſi *pu* parallelæ duci poſſunt (utpote quæ ſimul eandem ipſam partem trianguli conſtituunt) in æquilibrio erunt cum omnibus lineis, quæ ſimiliter duci poſſunt in parte trianguli *oyn*, ſeu, quod idem eſt, cum per hypoth. hæ omnes ſint, ut ipſa pondera vectis rectangularis *emn* brachio *nm* per ſingula puncta applicata, hæc eadem circa *o* in æquilibrio forent, adeoque in *o* erit eorum centrum gravitatis. §. 24.

Fig. 41. *Tab. IV.* §. 178. Coroll. I. Quare, ſi vectis directi *enp*, dum ſuſtentatur in *n*, brachio *np* applicata ſint pondera in dicta primum ratione, vel ſimul omnia in *o*, eademque circa *n* in æquilibrio forent cum dato pondere M applicato in *e*, ea ipſa quoque, ſi ſimul omnia brachio *nm* applicata eſſent in *o* tanquam eorum gravitatis centro, rurſus cum pondere *m* circa *n* æqui-

quilibrium conſervarent, non ſecus, ac ſi ibidem, nimirum in *o*, ſimplex pondus ſimul omnibus æquivalens directe eſſet applicatum §. 165., unde etiam viciſſim, ſi pondus applicatum in *o* circa *n* ſuſtineret datum pondus M in *e*, illud omnibus ponderibus in expoſita ratione per brachium *n m* diſpoſitis ac ſimul ſumptis æquale foret.

§. 179. Coroll. II. Quia porro, ſi eadem pondera vectis rectangularis *e n m* brachio erecto *n m* & ipſi *n p* æquali ſub iisdem ab hypomochlio diſtantiis, prout vectis directi *e n p* brachio *n p* directe ſint applicata, peræque circa illud cum pondere M in æquilibrio ſeſe continent §. 94, ſimiliter, ut prius, pondus Q, quod brachio verticali *n m* itidem in *o* directe applicatum cum pondere M in *e* circa *n* in æquilibrio foret, æquale eſſet ſimul omnibus ponderibus, quæ brachio *n m* per ſingula puncta directe applicata ſecundum progreſſionem arithmeticam numerorum 1. 2. 3. &c. ab *n* verſus *m* creſcerent, ac itidem pondus M in *e* circa *n* ſuſtinerent. *Fig.* 41. *Tab. IV.*

§. 180. Coroll. III. Denique, cum, ſi pondera vectis rectangularis *e n m* brachio verticali *n m* ad ſingula ejus puncta *Fig.* 41. *Tab. IV.*

cta applicata per hyqoth. creſcant ſecundum progreſſionem arithmeticam numerorum 1. 2. 3. &c., ſeu in ratione diſtantiarum ab *n* verſus *m*, ſumma omnium ſit ad pondus eorum maximum, ut triangulum rectangulum ad ipſam ejusmet baſin §. 169., vel ut parallelogrammum, cujus baſis eadem, quæ trianguli, altitudo vero dimidia, ad ipſam baſin, vel etiam ut factum ex dimidia altitudine (quæ hic eſt $\frac{1}{2}$ (*n m*) in totam *n m* ad hanc ipſam totam altitudinem §. 170., erit ſumma omnium horum ponderum, vel, quod idem eſt, pondus applicatum in *o* §. 179. ad ultimum applicatum in ſupremo loco *m* ut $\frac{1}{2}(nm)^2$ ad *n m* ſeu ut dimidium quadratum altitudinis ad eandem ipſam altitudinem.

§. 181. LEMMA.

***Si pars parallelogrammi A* m n *D cum altera ſit connexa per totam altitudinem* n m, *vis in nexum in ſupremo loco* m *ab ea parte æqualis eſt facto ex ejusdem gravitate in dimidiam ejus longitudinem* c n, *& diviſo per tertiam partem quadrati altitudinis* n m.**

DE-

DEMONSTR. Si lineæ *e n*, *n m* referant vectem rectangularem, ac, dum *n o* eſt ad *n m* ut 2 ad 3, ad *no*, ad *en*, & ad pondus applicatum in *e* ejusdem cum parte parallelogrammi A *m n* D gravitatis, quod dicatur M, quæratur quartus terminus proportionalis, is erit $= \frac{M \times e\,n}{n\,o}$, ſeu æqualis ponderi, quod brachio verticali *nm* directe applicatum in *o* circa *n* in æquilibrio foret cum pondere M applicato in *e*, (hoc ipſo, quod per hanc analogiam etiam ſit pondus M in *e* ad pondus $\frac{M \times e\,n}{o\,n}$ in *o* ut *o n* ad *e n*, ſeu pondera eorumque diſtantiæ ab *n* reciprocent, adeoque ambo circa *n* in æquilibrio ſeſe ſuſtineant. §. 94.): ſed pondus in *o* etiam eſt æquale omnibus ponderibus, quæ per ſingula puncta brachio *n m* applicata ab *n* verſus *m* creſcunt ſecundum progreſſionem arithmeticam numerorum 1. 2. 3. &c., ſeu in ratione diſtantiarum ab *n*, ſimulque in æquilibrio forent circa *n* cum pondere M in *e* §. 179. : ergo, cum ſumma omnium horum ponderum, vel pondus in *o* ſit ad pondus ex eis ſupremum in *m* ut $\frac{1}{2}$ $(n\,m)^2$ ad *n m* § 180., Fig. 40. Tab. IV.

erit

erit in eadem ratione, in qua eſt pondus in $o = \frac{M \times en}{on}$, etiam pondus in $m = \frac{M \times en \times nm}{on \times \frac{1}{2}(nm)^2}$, nempe æquale quarto termino proportionali ad $\frac{1}{2}(nm)^2$, ad nm, & ad pondus in o, quod eſt $\frac{M \times en}{on}$: at vero, cum per hypoth. on ſit ad nm ut 2. ad 3., erit quoque pondus in m, quod una cum reliquis brachio nm per ſingula puncta in dicta ratione applicatis circa n in æquilibrio foret cum pondere M in e, æquale $\frac{M \times en \times nm}{\frac{2}{3} nm \times \frac{1}{2}(nm)^2}$ ſeu $= \frac{M \times en \times nm}{\frac{2}{6}(nm)^3}$, ſive $= \frac{M \times en}{\frac{1}{3}(nm)^2}$ nempe æquale facto ex gravitate ponderis M in en (quæ eſt hujus diſtantia ab n ac ſimul dimidia longitudo partis parallelogrammi A mn D) & diviſo per tertiam partem quadrati altitudinis nm; ergo, cum, ſi jam pro pondere M in e aſſumatur ipſa pars parallelogrammi AmnD cum altera parte per totam altitudinem nm connexa, vis ab hac eadem parte A mnD in nexum in loco ſupremo m æqualis ſit vi gra-

gravitatis ponderis, quod ibidem, nimirum in *m* vectis rectangularis *enm* brachio verticali *nm* directe applicatum una cum reliquis eidem brachio per ſingula puncta junctis, ac inter ſe ſuarum diſtantiarum ab *n* rationem habentibus circa *n* in æquilibrio foret cum pondere pro ipſius partis parallelogrammi gravitate ſubſtituto, ac vecti applicato in *e* §. 176., erit quoque a parte parallelogrammi A*mn*D vis in nexum in loco *m* æqualis facto ex ejusdem gravitate in dimidiam ejus longitudinem *en*, ac diviſo per tertiam partem quadrati altitudinis *nm*.

§. 182. Coroll. I. Cum plura parallelogramma, quale eſt ABCD, per latitudinem AF, BG ſibi mutuo juncta etiam parallelepipedum conſtituant, ſimiliter hic quoque a parte parallelepipedi FAD*nmx*, prout eadem cum altera parte per totum eſt connexa, nempe tam per altitudinem *nm*, quam per latitudinem *mx*, vires in nexum omnium ſimul particularum in ſupremo loco *mx* diſpoſitarum æquales erunt facto ex gravitate hujus ipſius partis parallelepipedi in dimidiam ejus longitudinem *en*, & diviſo per tertiam partem quadrati altitudinis *nm*. *Fig. 42. Tab. IV.*

§. 183.

Fig. 42. Tab. IV. §. 183. Coroll. II. *Quia porro vires in datum nexum a parte parallelepipedi* F n *eædem ſunt, quæ forent a pondere ejusdem gravitatis in ejus medio* e f *appenſo, ſi viciſſim ea pars gravitatis expers poneretur* §. 174., *adeoque ab hoc pondere vis in nexum omnium ſimul particularum in ſupremo loco per latitudinem* m x *diſpoſitarum itidem æqualis eſt facto ex vi gravitatis ejusdem ponderis in dimidiam dictæ partis longitudinem* e n, *vel* c m, *ſeu in ipſam ponderis a dato nexu diſtantiam, ac per tertiam partem quadrati altitudinis* n m *diviſam* §. 181. & 182. Etiam vis in hunc ipſum nexum particularum per *m x* a quovis pondere, ubi ubi parallelepipedi parti F *n* ſit applicatum, æqualis erit facto ex eodem pondere in ejus a dato nexu diſtantiam, ac diviſo per tertiam partem quadrati altitudinis *n m* §. primum citato, ac per conſequens, ſi jam eidem parti, quæ, prout gravis eſt, quoad vires in nexum inſtar ponderis in ejus medio applicati haberi poteſt §. 174., plura inſuper pondera diverſis in locis ſint appenſa, vis in illum nexum per latitudinem *m x* par erit ſummæ factorum ex cujusque gravitate in ſuam a dato nexu diſtantiam, ac per tertiam partem quadrati altitudinis *n m* divi-

diviſæ §. 151., aut etiam æqualis facto ex ſumma ponderum in diſtantiam centri gravitatis eorum ab eodem nexu, & pariter diviſo per tertiam partem quadrati altitudinis §. 157.

§. 184. COROLL. III. *Quoniam itaque, ſive pauciora ſive plura pondera parti parallelepipedi* F n *ſint applicata, vires in nexum per latitudinem* m x *ſemper ſunt æquales ſummæ factorum ex cujusque ponderis, uti & partis parallelepipedi gravitate in ſuam cujusque a dato nexu diſtantiam, & diviſæ per tertiam partem quadrati altitudinis* n m *§. 183., in eodem vero corpore altitudo ſemper eſt eadem, ac quantitates diverſæ per aliam tertiam diviſæ eandem inter ſe rationem habent, quam integræ*, erunt, quotcunque ex gr. parallelepipedum F *n* ponderibus urgeatur, vires iu nexum ſupremarum particularum per *m x* etiam ſimpliciter ut ſumma factorum ex ſingulis ponderibus in ſuam cujusque a dato nexu diſtantiam. Fig. 42. Tab. IV.

§. 185. COROLL. IV. *Denique, cum vires per altitudinem* n m *uniformiter creſcant, adeo, ut pro eadem altitudine parallelepipedi ex. gr. vires in ſingulas particulas intermedias ſemper ſint in eadem ratione* Fig. 42. Tab. IV.

tione, in qua ſunt vires in ipſas ſupremas per m x. *ita ſcilicet, ut, ſi ſupremæ ex. gr. duplo, triplo &c. magis tendantur, ſimiliter etiam duplo, triplo &c. magis tendantur inferiores*, erunt quoque in uno eodemque corpore ex. gr. parallelepipedo (dum vires in nexum ſupremarum particularum ſunt ut ſumma factorum &c.,) vires in totum nexum, nimirum tam per altitudinem, quam per latitudinem ut ſumma factorum ex ſingulis ponderibus in ſuas ab eodem nexu diſtantias.

Fig. 42. Tab. IV. §. 186. *SCHOLION. Atque hæc quidem ita ſe habent circa vires in nexum ex hypotheſi, quod hujusmodi corpus ſit quidem gravitate præditum, ſed tamen adhuc inflexile. Quia tamen reipſa corpora ratione firmioris, aut rigidioris, vel mollioris nexus particularum ſimul etiam flexioni minus, vel magis ſunt obnoxia, ita, ut, dum particulæ ſuperiores ex. gr. in parallelepipedo tenduntur, inferiores viciſſim comprimantur, jam non omnes particulæ per totam altitudinem* n m *ratione nexus vim ponderis, aut gravitatis ſuſtinent, ſed ſuperiores duntaxat, quæ nimirum hoc ipſo, quod per vim ponderis tendantur, eandem viciſſim per ſuum nexum ſuſtinent; unde alia quidem jam erit virium quantitas in nexum particularum, quam*

quam in præmiſſa hypotheſi, ita tamen, ut nihilominus quoad vires in nexum omnia in eadem omnino ratione ſe habeant, ac ſi omnes particulæ per totam altitudinem n m *vim gravitatis ſuſtinerent, prout ſequenti Theoremate declarabitur.*

§. 187. THEOREMA.

Sive corpora ſint magis, ſive minus flexioni obnoxia, ſi eadem flectantur ex. gr. per pondera ipſis appenſa, vires in nexum particularum in loco, circa quem urgentur, ſemper ſunt ut ſumma factorum ſingulis ponderibus in ſuas cujusque a dato nexu diſtantias; ac, ſi ſint duo corpora homogenea ejusdem quoad figuram ſpeciei, ejusdemque latitudinis, & cujuscunque longitudinis, vel altitudinis, uti ex. gr. trabeculæ A X *&* a x, *vires in nexum unius ad vires in nexum alterius in loco, ubi ſuſtinentur, uti in N M X &* n m x, *erunt itidem ut ſumma factorum ex ponderibus trabeculam A* X *urgentibus in ſuam cujusque à dato nexu diſtantiam per tertiam partem quadrati altitudinis* Fig. 43. n. 1°. & 2°.

N M diviſa ad ſummam factorum ex ponderibus alteram a x *urgentibus itidem in ſuam cujusque &c. ac per tertiam partem quadrati altitudinis* n m *diviſam.*

Fig. 43. n. 1°. & 2°. Tab. IV. Demonstr. Prima pars. Cum, ſi ex. gr. trabecula A X ſit cuicunque flexioni obnoxia, per eam ipſam flexionem ſupremæ particulæ per M X tendantur, & viciſſim comprimantur infimæ, ita, ut, ſi ex. gr. centrum particulæ M per tenſionem deveniat in Y, per conpreſſionem autem centrum particulæ N accedat ad Q. M Y quantitatem tenſionis, N Q vero quantitatem compreſſionis exprimat, ibique ſimul primo ex particulis per totam altitudinem N M diſpoſitis tantum illæ tenſioni ſint ſubjectæ, quæ partem altitudinis Z M occupant, & ſecundo eo ipſo, quod centrum ſupremæ particulæ ex M tranſeat in Y, reliquarum quoque centra ex Z M transferantur in Z Y, vires porro tenſionis in eas ſingulas particulas a Z usque ad M creſcunt in ratione altitudinum ſeu diſtantiarum a Z: ſed hæ vires tenſionis ſunt ipſæ vires in nexum harum particularum, per quem ipſa pondera ſuſtinentur: ergo

ergo etiam, ſi corpus qualicunque flexioni ſit obnoxium, vires in nexum particularum ſingularum per altitudinem Z M ſunt in ratione altitudinum, ſeu diſtantiarum a Z: at vero, ſi creſcant per totam altitudinem N M, modo creſcant uniformiter, nempe in ratione diſtantiarum ab N usque ad M, per hæc ipſa incrementa vires in nexum ſupremarum particularum ad M ſunt æquales facto ex gravitate, vel vi ponderis in ejus a dato nexu diſtantiam, ac per tertiam partem quadrati altitudinis N M diviſo §. 181, 182., & 183: ergo, cum in eodem corpore flexioni obnoxio per altitudinem Z M particulæ ſimiliter a Z usque ad M pro ratione diſtantiarum a Z tendantur, etiam vires in nexum particularum in loco, circa quem hujusmodi corpus urgetur, erunt ut factum ex gravitate vel vi ponderis in ejus a dato nexu diſtantiam, ac per tertiam partem quadrati altitudinis Z M diviſum, vel etiam, cum Z M in eodem corpore ad N M ſemper habeat eandem rationem, ut factum &c. diviſum per tertiam partem quadrati altitudinis N M, ac per conſequens, ſi plura aut pauciora hujusmodi corpora ſint appenſa, ex. gr. trabeculæ A X, vires in nexum ad *Fig.* 43. *n.* 2.

R 2 NMX

NMX erunt quoque ut ſumma factorum ex ſingulis ponderibus in ſuam cujusque a dato nexu diſtantiam §. 185.

Pars altera. Si duo corpora homogenea flexioni obnoxia fuerint ejusdem quoad figuram ſpeciei, ejusdemque latitudinis, ac altitudinis, cujuscunque vero, longitudinis uti ex.gr. trabeculæ A X & *ax*, vires utrinque in nexum ad NMX & *nmx*, dependenter a ponderibus easdem urgentibus eſſent ſimpliciter ut ſummæ factorum ex ſingulis ponderibus cuique appenſis in diſtantias ſingulorum a dato nexu, ut parte præcedenti oſtendimus: ergo tota reliqua diverſitas eſſet ab altitudine: at verò ob materiam utrinque homogeneam altitudo ZM eſt ad altitudinem *zm*, per quas altitudines particulæ diſpoſitæ tenduntur, & quidem pro ratione diſtantiarum a Z & *z* verſus M & N, ut tota altitudo NM ad totam *nm*, ita, ut eadem ſit ratio virium in nexum harum particularum dependenter a diverſis ponderibus, quæ foret, ſi vires in nexum ſingularum particularum tam in una trabecula, quam in altera per totam altitudinem creſcerent ob rationem itidem parte præcedenti allatam: ergo, cum ob eandem rationem in quavis trabecula vires in nexum ad NMX & *nmx* forent ut ſum-

Fig. 43. n. 2°. Tab. IV.

ma factorum ex ſingulis ponderibus unamquamque urgentibus in eorum a dato nexu diſtantias, ac per tertiam partem quadrati altitudinis diviſa, etiam vires in nexum trabeculæ A X ad NMX erunt ad vires in nexum trabeculæ *a x* ad *n m x*, ut ſumma factorum ex ſingulis ponderibus trabelulam AX urgentibus in ſuam cujusque ab NMX diſtantiam per tertiam partem quadrati altitudinis NM diviſa ad ſummam factorum ex ponderibus in trabecula *a x* in ſuam itidem cujusque ab *n m x* diſtantiam, ac per tertiam partem quadrati altitudinis *n m* diviſam. Fig. 43. n. 1°.

§. 188. *SCHOLION. Ex his jam ſimul habetur ratio ſequentium effectuum, tum quoad firmitatem nexus corporum in ſuſtinendis ponderibus, tum prout flexioni ſunt obnoxia, quoad quantitatem flexionis.*

1°. *Si trabecula AX horizontaliter protenſa præter propriam gravitatem ſimul etiam aliud pondus P ratione nexus particularum ad ipſum fulcrum, ubi eadem firmata immediate* Fig. 43. n. 1°. Tab. IV.

 ſu-

ſuſtentatur, ſuſtineat, eadem trabecula ratione nexus par eſt alteri cuique ponderi ſuſtinendo, ſi id viciſſim dato nexui ad fulcrum tanto fuerit vicinius, quanto præcedenti pondere majus eſt.

Fig. 43. n. 1°. Tab. IV. *Cum enim vires in nexum ſupremarum particularum per latitudinem MX ſint ut factum ex dato pondere in hujus a dicto nexu diſtantiam, & per tertiam partem quadrati altitudinis trabeculæ diviſum, altitudo autem hæc pro utroque caſu ſit eadem, hæ ipſæ vires erunt quoque ſimpliciter ut facta ex quovis pondere in ſuam a memorato nexu diſtantiam, ac per conſequens æquales, eo ipſo, quod ſi pondera, & diſtantiæ reciprocent, ut ponitur, eadem etiam facta ſint æqualia §. 11.*

2°. *Si duæ trabeculæ AX, & ax ſint ejusdem quoad materiam ſpeciei, ejusdemque altitudinis, diverſæ vero latitudinis, eædem majus, aut minus pondus ſub æquali utrinque hujus*

a dato nexu, vel fulcro diſtantia ſecundum ipſam latitudinis rationem ſuſtinent. Cum enim ſi ambæ trabeculæ forent ejusdem latitudinis, & altitudinis, ac ipſa quoque pondera P, & p ſub æqualibus a dato nexu diſtantiis æqualia, etiam vires in nexum per MX, & mx æquales eſſent, eo majus quoque pondus trabecula AX, quæ hic latior ponitur, ſub æquali ipſius a dicto nexu diſtantia ratione ejusdem nexus ſuſtinebit, quo plures per latitudinem particulæ fuerint diſpoſitæ, vel quod idem eſt, quo eadem trabecula fuerit latior, quam trabecula ax. Fig. 43. n. 1°. Tab. IV.

3°. *Si eadem utriusque fuerit latitudo, altitudo vero diverſa, ſub eadem denuo ponderum a dato utrinque nexu diſtantia majus vel minus ſuſtinent in ratione duplicata altitudinum;* dum nempe vires in nexum ſupremarum particularum per latitudinem MX & mx ſunt ut facta ex quovis pondere in ſuam a dato nexu diſtantiam, & diviſa per tertiam partem quadrati altitudinis trabeculæ ſuum pondus ſuſtentantis, eo ipſo, ſi diſtantiæ & pon- Fig. 43. n. 1°.

 dera

dera ſunt æqualia, eædem vires erunt reciproce ut tertia pars quadratorum altitudinis utriusque trabeculæ, vel etiam reciproce ut quadrata altitudinum, aut, quod idem eſt, reciproce in ratione duplicata altitudinum, nimirum vis in nexum particularum ſupremarum trabeculæ AX, quæ nunc altior ponitur, tanto minor, quam in nexum particularum ſupremarum trabeculæ ax, *quanto viciſſim quadratum altitudinis primæ, ſeu* $(NM)^2$ *majus fuerit quadrato altitudinis ſecundæ ſeu* $(nm)^2$, *ac per conſequens etiam, ſi pondus trabeculæ AX appenſum ad pondus alteri appenſum eandem habuerit rationem, quam* NM^2 *ad* nm^2, *eædem vires utrinque omnino æquales eſſent.*

4°. *Si utriusque & latitudo & altitudo diverſa ſit, ſub eadem rurſus ponderis a dato utrinque nexu diſtantia majus vel minus ſuſtinent in ratione compoſita ex ſimplici latitudinum & duplicata altitudinum*

Fig. 43. n. 1°. *Hoc ipſo, quod, ſi tantum differrent quoad latitudinem, eædem ſuſtinerent pondera, quæ forent in ratione latitudinum (n. 2°.) vel in ratione duplicata altitudinum, ſi trabeculæ ſolum differrent quoad altitudinem*

nem (n. 3°.) *ut itaque, ſi & latitudo & altitudo diverſa ſit, pares ſint ferendo majori vel minori ponderi in ratione compoſita ex ſimplici latitudinum, & duplicata altitudinum.*

Ad explorandam igitur juxta has regulas firmitatem nexus corporum eadem hac ratione determinari poterit.

Primo paretur gracilis trabecula ex quocunque ex. gr. ligno, eique (dum fulcro, cujus ſuperior ſuperficies horizonti eſt parallela, impoſita eidem firmiter eſt adſtricta, ita, ut aliquot digitos ultra illius marginem promineat) prope extremitatem, in eodem tamen ſemper loco varia ſucceſſive appendantur pondera, ac, quando notabiliter flecti incipit, per interjectam moram, alia adhuc leviora addantur, donec tandem ea pars, quæ ultra marginem fulcri ex. gr. menſæ prominet, ſoluto ibidem nexu a reliqua divellatur.

Sic, dum eundem in finem adhibui trabeculam fagineam, cujus altitudo 6. *lin. ſeu dimidii digiti ped. Paris.*, *latitudo* $5\frac{3}{4}$ *lin.*, *ea per longiorem moram pondus* $36\frac{1}{2}$ *libr. eidem ad diſtantiam* 5. *dig. a*

fulcro, circa cujus marginem nexus erat ſolvendus, appenſum ſuſtinebat, donec tandem ea pars prominens ab altera fuerit avulſa, ut proin ratione nexus ſaltem pondus 32 libr. citra periculum diſſolutionis ſuſtinuiſſet.

Hoc itaque dato, ſi jam petatur, quanto ponderi ex. gr. trabs ex eodem ligno, quæ unum pedem alta & lata, & ſolido muro inſerta ultra eundem ex. gr. decem pedes promineat, in ſui extremitate abſolute ſuſtinendo par foret.

Quæratur ſecundo juxta n. 1um. quantitas ponderis, quod datæ trabeculæ ad diſtantiam decem pedum a fulcro appenſum eadem ſuſtinere valeat, quærendo nempe, ut præſenti inſiſtamus exemplo, ad diſtantiam 10 ped., ad 5., dig. ad 32 libr. quartum terminum proportionalem ſ. 158., qui dabit quantitatem hujus ponderis $\frac{32}{24}$ ſeu $\frac{4}{3}$ libr.

Tertio ducatur juxta n. 4tum. quadratum altitudinis trabeculæ in ejus latitudinem, & ſimiliter quadratum altitudinis trabis in ejusdem latitudinem, quæ ipſa duo facta cum ſint in ratione compoſita ex ſimplici latitudinum & duplicata altitudinum, quæratur jam quartus terminus proportionalis ad factum

pri-

primum, ad factum ſecundum, & ad pondus $\frac{4}{3}$ libr., & dabit quartus hic terminus petitum pondus, quod trabs muro inſerta & ultra eum 10 *pedes prominens in ſui extremitate adhuc abſolute ſuſtineret, quod in præſenti caſu foret* $19210\frac{536}{621}$ *libr. dum in hoc pondere ſimul ipſa dimidia trabis prominentis gravitas continetur juxta dicta §.* 173. & 174.

Qua eadem de cauſa, ſi trabs ejusdem ut ante latitudinis & altitudinis, ejusdemque quoad materiam ſpeciei utroque ſui extremo fulcris inniteretur cum intervallo 20 *pedum, eadem citra periculum diſſolutionis nexus par foret duplo majori adhuc ponderi ferendo, ſeu* $38421\frac{451}{621}$. *libr., quod ejusdem medio foret applicatum, eo quod ſcilicet, ſi utrumque vectis extremum, cui jam trabs ſubſtituitur, ſuſtentetur, & in ejus medio appenſum ſit pondus, per hoc vectis urgeatur in utrumque fulcrum eadem vi, qua, ſi idem ſuſtentaretur in medio, urgeretur a ponderibus utrique ejus extremo appenſis, quæ, dum circa medium in æquilibrio conſiſterent, ſimul ſumpta dato prius ponderi æqualia forent, prout colligere eſt ex* §. 106., *ſive quorum quodque pro hoc caſu dimidium eſſet ponderis vecti in medio applicati, ut proin etiam,*

ſive

ſive trabs ſuſtentetur in medio, & in eam agant æqualia utrique ejus extremo hinc & inde appenſa pondera, ſive utroque ſui extremo fulcris innitatur, ac ab iisdem ſimul ponderibus eidem in medio applicatis urgeatur, vires in nexum partium ibidem, nimirum in trabis medio, pro utroque caſu æquales forent, ita, ut, ſi ratione nexus dimidia ejus pars aliunde ſuſtentata datum pondus ejus extremo appenſum ſuſtineat, etiam trabs tota, dum utroque ſui extremo fulcris innititur, par ſit duplo bujusmodi ponderi ferendo, quod ei in ejusdem medio eſſet applicatum.

5°. *Si ex. gr. regula elaſtica AX firmiter ſecundum directionem horizontalem alicubi ſuſtentetur, pars, quæ ultra ſuſtentaculum prominet, flectetur proxime in ratione ponderum ejusdem extremitati appenſorum, ſaltem quamdiu differentia diſtantiarum eorundem ponderum a fulcro pro ipſo ſtatu regulæ diverſimode curva-*

ta

tæ relate ad ejuſdem longitudinem exiguam habuerit rationem. *Cum enim itidem, ut n 1°, vires in nexum ſupremarum particularum ad ipſum fulcrum per latitudinem MX ſint ut factum ex dato pondere in ejus a dato nexu diſtantiam, & per tertiam partem quadrati altitudinis regulæ diviſum, adeoque, dum eadem regulæ altitudo permanet, eademque, ut ponitur, ponderum diſtantia, eæ ipſæ vires etiam ſimpliciter ſint, ut ipſa pondera, nec non & vires in nexum quarumcunque aliarum particularum a Z verſus M vel Y §. 187. ex ratione in ipſa demonſtratione allata, erunt quoque, cum vires in nexum particularum in quavis ſectione intermedia, nimirum inter A & X etiam ſint ut factum ex appenſo pondere in A in ejus a dato loco vel ſectione transverſa diſtantiam, vires in nexum quarumcunque particularum regulæ inter A & X in eadem ratione ponderum in A appenſorum, ob æqualem nempe eorundem a quibuslibet determinatis particulis diſtantiam; unde cum elater pro ratione virium tendatur, aut comprimatur, quam diu tendi aut comprimi poteſt §. 56., ita, ut in qualibet ſectione transverſa in eadem ratione, in qua tenduntur ſupremæ particulæ, infimæ viciſſim comprimantur (quod idem ſen-*

Fig. 43. n. 1o. & 2°. Tab. IV.

ſentiendum de aliis particulis per altitudinem interjectis) ac per hoc ipſum regula flectatur, eadem quoque neceſſario in ratione ponderum ejusdem extremitati appenſorum, ſaltem quamdiu differentia diſtantiarum eorundem ponderum a fulcro pro ipſo ſtatu regulæ diverſimode curvatæ relate ad ejusdem longitudinem exiguam habuerit rationem, flectetur proxime in ratione ponderum.

6°. *Si duæ regulæ elaſticæ homogeneæ ejusdem fuerint longitudinis & altitudinis, diverſæ tamen latitudinis, eædem flectentur in ratione compoſita ex directa ponderum cujusque extremitati appenſorum, & reciproca latitudinum; quatenus ſcilicet, primo ſi pondera utrinque forent æqualia, vires in nexum ſimul omnium particularum per latitudinem diſpoſitarum pro quavis utrobique æquali a pondere diſtantia æquales eſſent, adeoque in nexum ſingularum tanto minores, quanto plures viciſſim particulæ per latitudinem ſunt diſpoſitæ, ſeu quanto major fuerit regulæ latitudo, ita, ut pro eadem virium in ſingulas particulas quantitate ambæ regulæ*

Fig. 43. n. 1°. & 2°.

gulæ

gulæ flecterentur, adeoque pro eo caſu in ratione reciproca latitudinum, ſecundo autem porro juxta n. 5*um. quælibet ſeorſim tanto magis, quanto majus ei pondus fuerit appenſum, ſeu in ratione directa ponderum, ut itaque, ſi & latitudines regularum, & pondera eis appenſa varient, eædem flectantur in ratione compoſita ex directa ponderum & reciproca latitudinum.*

7°. *Si duæ regulæ AX &* ax *fuerint ejusdem latitudinis, & diverſæ altitudinis, reliquis ut prius poſitis, eædem flectentur in ratione compoſita ex directa ponderum earum extremitatibus applicatorum & reciproca triplicata altitudinum.*

Cum enim ratione virium, quibus particulæ per altitudinem diſpoſitæ tenduntur eædem a priſtino loco ſub aliquo utut minutiſſimo angulo, uti MZY recedant, ita, ut, dum in una eademque regula per eandem conſtanter altitudinem ex. gr. MZ tenduntur, MY ſeu quantitas tenſionis particularum ſupremarum viribus proportionata ſemper ſit ut factum ex pondere in Fig. 43. n. 10. & 2°.

ejus

ejus a dato nexu diſtantiam ac per tertiam partem quadrati altitudinis Z M vel N M diviſum §. 187., *ſeu hic ob altitudinem conſtanter eadem, idemque pondus, M Y ſemper ſit ut diſtantia ponderis a dato nexu; vel, quod idem eſt, quantitas tenſionis a pondere usque ad ipſum fulcrum regulæ per ſingulas particulas ſecundum ejusdem longitudinem diſpoſitas continuo & uniformiter creſcat, ſeu in ratione diſtantiarum ponderis ab iisdem, ſimulque pro quantitate horum angulorum uti M Z Y ipſa regula flectatur, tanto magis curvabitur regula* a x, *cujus altitudo* n m, *quam A X, cujus altitudo N M, quanto major ſub eadem utrinque ponderum a dato nexu diſtantia fuerit angulus* m z y, *quam angulus M Z Y. Quare cum in triangulis rectangulis, vel iſoſcelicis, quorum eadem altitudo, anguli ad verticem, ſi fuerint exigui, ſint ut baſes, aut in ratione reciproca altitudinum, ſi baſes ſint æquales, adeoque, ſi & baſes & altitudines varient, in ratione compoſita ex directa baſium & reciproca altitudinum, hic autem in triangulis MZY & m z y ratio directa baſium ſit* $\frac{MY}{my}$, *& reciproca altitudinum* $\frac{ZM}{zm}$, *erit quantitas flexionis regulæ AX ad quantitatem fle-*

flexionis regulæ ax, *ut* $MY \times zm$ *ad* $my \times ZM$. *Unde porro, cum ob æqualem utriuſque regulæ latitudinem vires in nexum omnium ſimul particularum ſupremarum in eadem ſerie per latitudinem diſpoſitarum utrinque ſint in eadem ratione, in qua ſunt in nexum ſingularum, ac proin etiam ſit* MY *ad* my *ut factum ex pondere regulæ AX appenſo in ejus diſtantiam a dato nexu, & diviſum per tertiam partem quadrati altitudinis NM ad factum ex pondere regulæ* ax *appenſo in ejus &c., ac diviſum per tertiam partem quadrati altitudinis* nm §. 187, *adeoque, ſi diſtantiæ & pondera ſint æqualia,* MY *ad* my *ut* $\frac{1}{3}\frac{1}{(NM)^2}$ *ad* $\frac{1}{3}\frac{1}{(nm)^2}$, *vel utroque termino ad eandem denominationem reducto ut* $\frac{1}{3}(nm)^2$ *ad* $\frac{1}{3}(NM)^2$, *aut, quod idem eſt, ſimpliciter ut* $(nm)^2$ *ad* $(NM)^2$, *erit quoque, cum quantitas flexionis regulæ AX ad quantitatem flexionis regulæ* ax *fuiſſet ut* $MY \times Zm$ *ad* $my \times ZM$, *(pro caſu æqualitatis ponderum & diſtantiarum* $(nm)^2$ & $(NM)^2$ *pro* MY & my *jam ſubſtituendo) quantitas flexionis regulæ AX ad quantitatem flexionis regulæ* ax, *ut* $(nm)^2 \times zm$ *ad* $(NM)^2 \times ZM$, *ſive, cum porro ſit* zm *ad* ZM *ut* nm *ad* NM, §. 187., *ut* $(nm)^2 \times nm$ *ad* $(NM)^2 \times NM$, *adeoque prima quantitas ad ſecundum ut* $(nm)^3$ *ad* $(NM)^3$, *vel quod idem eſt in*

Fig. 43. n. 1°. & 2°.

ratione reciproca triplicata altitudinum, ut itaque, cum ſi pondera ſint inæqualia quælibet inſuper regula ſeorſim tanto magis vel minus flecteretur, quanto majus vel minus pondus ei fuerit appenſum (n. 5°.), duæ regulæ homogeneæ, ſi fuerint ejusdem longitudinis & latitudinis, diverſæ vero altitudinis, flectantur in ratione compoſita ex directa ponderum earundem extremitatibus appenſorum, & reciproca triplicata altitudinum.

8°. *Hinc denuo, ut (n. 4°), ſi & latitudines & altitudines differant, eædem flectentur in ratione compoſita ex directa ponderum, & reciproca latitudinum, ac triplicata altitudinum.*

9°. *Duæ regulæ elaſticæ homogeneæ cujuscunque latitudinis, ejusdem tamen altitudinis, & æqualiter ultra fulcrum prominentes per vim propriæ gravitatis flectuntur æqualiter.* Dum *nempe præſcindendo ab earum gravitate eæ ipſæ a ponderibus cujusque extremitati appenſis*

penſis flecterentur in ratione compoſita ex directa ponderum, & reciproca latitudinum (n. 6°.), adeoque æqualiter, ſi & ipſa pondera fuerint, ut earum latitudines, gravitas autem regulæ A X eſt ad gravitatem alterius a x *ob æqualem utriusque per hypoth. longitudinem & altitudinem ut latitudo primæ ad latitudinem ſecundæ, etiam eædem regulæ per propriam gravitatem flectentur æqualiter, eoquod ſcilicet in quacunque æquali a cujusque regulæ extremitate diſtantia vires in nexum ſingularum particularum per latitudinem diſpoſitarum dependenter a gravitate propria ſemper ſint in eadem ratione, in qua forent dependenter a ponderibus cujusque extremitati appenſis, quæ ſint, ut ipſæ regularum latitudines, vel quod idem eſt, ut earundem gravitates, adeo, ut, ſi pondus appenſum extremitati regulæ A X æquaret dimidiam ejusdem gravitatem, ac ſimiliter pondus appenſum regulæ* a x *dimidiam hujus gravitatem, vires in nexum per M X &* mx *ab his ponderibus omnino eædem forent, quæ eſſent a propria ipſarum regularum gravitate.* §. 173. & 174.

10°. *Cujuscunque hujusmodi regulæ ſint latitudinis & altitudinis, eædem per propriam gra-*

vitatem, ſi nempe, ut prius æqualiter ultra fulcrum promineant, flectuntur in ratione reciproca duplicata altitudinum. *Si enim ambæ forent ejusdem latitudinis, eæ per appenſa cujusque extremitati pondera flecterentur in ratione compoſita ex directa ponderum & reciproca triplicata altitudinum (n. 7°.), ac proin abſolute in ratione reciproca triplicata altitudinum, ſi pondera ſint æqualia, aut in ratione reciproca duplicata altitudinum, ſi & ipſa pondera eandem inter ſe habuerint rationem, quam altitudines regularum, quibus ſunt appenſa; unde, cum, ſi ambæ regulæ forent ejusdem latitudinis, earundem gravitates eſſent, ut ipſæ earum altitudines, adeoque propter eandem, quam numero præcedenti attulimus, rationem ipſæ flecterentur in ratione reciproca duplicata altitudinum, diverſa autem regularum latitudo hic flexionem non mutet (n. 9°.), abſolute quæcunque fuerit duarum regularum elaſticarum & homogenearum altitudo & latitudo, modo ſint ejusdem longitudinis, eædem per propriam gravitatem flectentur in ratione reciproca duplicata altitudinum.*

11°. Sive duæ regulæ ejusdem longitudinis utroque ſui extremo ful-

ſulcris innitantur, & flectantur a ponderibus earundem medio appenſis, aut per propriam gravitatem, ſive dimidia duntaxat cujusque pars ultra fulcrum in medio ſuppoſitum promineat, & itidem flectantur vel per propriam gravitatem, vel per pondera earundem extremitatibus appenſa, ad quæ pondera in priori caſu habeant rationem duplam, quoad flexionem omnia in una eademque ratione ſeſe habent.

Cum nempe in primo caſu extrema non minus urgeantur, quam in ſecundo caſu, ſi nimirum regulæ in medio ſuſtentarentur, & vel pars prominens urgeretur per gravitatem propriam, vel per pondus extremitati appenſum, quod eſſet dimidium illius, quod in primo caſu regula in ſui medio ſuſtineret, prout §. 106. & *ad finem n.4ti. retulimus, etiam pro utroque caſu flexiones in eadem ratione erunt.*

§. 189. LEMMA.

Si linea AB ſit biſſecta in C, & utcunque ſecta in D, ac porro quælibet pars *Fig.* 10. *Tab.* I.

BD & AD biſſecta in E & F, erit AD ad BD ut EC ad FC.

Fig. 10. Tab. I. Demonstr. Cum per hypoth. FD ſit dimidium partis AD, ac ſimiliter ED dimidium partis BD, erit quoque FD+DE ſeu FE dimidium totius AB, adeoque etiam FE=BC; ac per conſequens, ſi utrinque auferatur pars communis EC, erit FC=BE, uti etiam, cum ſimiliter ſit FE=AC, ſi rurſus utrinque auferatur pars communis FC, erit EC=AF: ergo, cum per hypoth. BE ſit dimidium ipſius BD, uti & FC, nempe ob FC = BE, ac pariter AF vel EC dimidium ipſius AD, erit ultimato AD ad BD ut EC ad FC.

§. 190. THEOREMA.

Fig. 10. Tab. I. *Si corporis homogenei & æqualiter extenſi, uti ex. gr. cylindri vel parallelepipedi gravitate ſua præditi uni extremitati B ſimul applicatum ſit aliud corpus grave M, ſitque juxta directionem problematis* § 158. *ſumma gravitatum corporis M, & ipſius parallelepipedi AB ad ipſum pon-*

pondus M, ut dimidia illius longitudo BC ad partem CD, erunt vires in nexum in loco D, ſi parallelepipedum ibidem ſuſtentetur, a pondere M & parte BD æquales viribus, quæ ſunt in eundem nexum a parte AD, adeoque pondus M cum toto parallelepipedo in æquilibrio circa D.

Demonstr. Si parallelepipedum conſideretur inſtar vectis, nempe prout gravitatis expers, concipitur, eique applicata ſint tria pondera unum M in B, aliud in F medio partis AD ejusdem gravitatis, cujus per ſe foret hæc ipſa pars, & tertium in E medio partis BD ſimiliter ejusdem cum parte BD gravitatis, fueritque ſimul primo pondus in F ad pondus in E ut EC ad FC, ac dein ſumma iſtorum duorum ponderum ad pondus M in B ut BD ad CD, erunt, vires in nexum vectis in loco D, ſi is ibi ſuſtentetur dependenter a duobus ponderibus in B & E, æquales viribus, quæ ſunt in eundem nexum dependenter a pondere in F, & per conſequens omnia tria pondera in æquilibrio circa

D §. 162 & 165. : ſed, cum per hypoth. C ſit in medio parallelepipedi AB, F in medio partis AD, E in medio partis BD, erit etiam AD ad BD ut EC ad FC §. 189., ſeu pondus in F pro ipſa parte parallelepipedi AD ſubſtitutum ad pondus in E ſubſtitutum pro parte BD ut EC ad FC; ac porro, cum itidem per hypoth. ſit ſumma gravitatum totius parallelepipedi AB, ſeu ejusdem partium AD & BD & ponderis M ad ipſum pondus M, ut dimidia illius longitudo BC ad partem longitudinis CD, erit quoque gravitas totius parallelepipedi ſeu ejus partium AD & BD, adeoque etiam ponderum pro ipſis in F & E ſubſtitutorum ad gravitatem ponderis M ut BD ad. CD, dum nempe, quemadmodum, ſi fuerit AD + BD: M = BD: CD, componendo erit AD + BD + M : M = BD + CD : CD Eucl. l. 5. p. 18., ita viciſſim, ſi fuerint AD + BD + M: M = BD + CD : CD, etiam dividendo erit AD + BD: M = BD: CD. Eucl. l. 5. p. 17 : ergo vires in nexum in loco D, ſi vectis ibidem Suſtentetur, dependenter a ponderibus in B & E æquales erunt viribus, quæ ſunt in eundem nexum dependenter a pondere in F; at vero

vis

vis in eundem nexum a parte parallelepipedi BD eadem eſt, quæ foret a pondere in ejusdem medio E applicato, & ejusdem gravitatis, dum viciſſim ea ipſa pars gravitatis expers poneretur, ac ſimiliter a parte parallelepipedi AD eadem, quæ eſſet a pondere itidem in ejus medio F applicato, ejusdemque gravitatis &c. §. 174., ita, ut, ſive pondera vecti ſint applicata, ſive parallelepipedo, ſeu corpori in altum quoque & latum extenſo ac propria gravitate prædito, utrinque vires in nexum, ubi illa ſuſtentantur, eandem habeant rationem §. 184.: ergo & vires, quæ a pondere M in B, & ab ipſa parallelepipedi parte BD ſunt in nexum in loco D, æquales erunt viribus, quæ in eundem nexum ſunt a parte parallelepipedi AD, ac per conſequens, ſi in parallelepipedo AB locus D ita ſit determinatus, ut ſit dimidia ejus longitudo BC ad CD, prout eſt ſumma gravitatum ponderis M & ipſiusmet parallelepipedi AB ad ipſum pondus M, erunt illius partes AD & BD, ſeu ipſum totum parallelepipedum cum pondere M in æquilibrio circa D.

§. 191. Coroll. I. *Quia porro vires in nexum parallelepipedi in D a pondere* Fig. 10. Tab. I.

M & parte BD ſunt ut ſumma factorum ex gravitate ponderis M in ejus a dato loco D diſtantiam, & ex gravitate partis BD in dimidiam ejus longitudinem ED, prout in vecte, ſi ibidem, nimirum in B & E pondera ejusdem gravitatis eſſent applicata §. 174. & 185., Eadem quoque erit ratio determinandi commune centrum gravitatis D, ſeu locum, circa quem daretur æquilibrium, cujuscunque ſpeciei quoad figuram fuerit corpus AB, modo ſit in longum æqualiter extenſum, uti priſma, cylinder &c., quærendo nimirum ad ſummam gravitatum ponderis M & ipſius ex. gr. parallelepipedi AB, ad pondus M, ad dimidiam parallelepipedi longitudinem BC quartum terminum proportionalem BD, ubi in D ipſum erit petitum centrum gravitatis.

Fig. 10. Tab. I. §. 192. Coroll. II. *Denique, cum, ſi parallelepipedum quoad extenſionem in longum accipiatur inſtar vectis gravitatis expertis, & præter pondus M in B pondera ejus gravitatis, quæ eſt partium AD & BD, in earum centris gravitatis F & E §. 28. ſint applicata, per §. 189. & 190., ſit EC ad FC ut gravitas ponderis in F ad gravitatem ponderis in E, & porro BD ad CD ut ſumma duorum ponderum*

rum in E & F ad pondus in B , adeoque ob æqualitatem virium in nexum in loco D pondus in F adæquans gravitatem partis AD in æquilibrio circa D cum pondere in E *ejusdem gravitatis, quæ eſt partis BD, una cum pondere M in B* §. 161., & 162.,
Itidem quoad determinationem æquilibrii, ſi præter pondus M plura inſuper pondera eidem corpori gravi ſecundum longitudinem uniformiter in latum & altum extenſo, uti eſt ex. gr. parallelepipedum, cylinder &c., ſint applicata, omnia eodem ſe prorſus modo habebunt, prout in vecte §. 165., ita ſcilicet, ut, ſi præſcindatur ex. gr. a gravitate parallelepipedi, ejusque loco in hujus medio C ſtatuatur pondus ejusdem gravitatis, ac per determinationem ultimam punctum æquilibrii deveniat ex. gr. in D, ipſumque parallelepipedum ibidem ſuſtentetur, denuo, prout ipſum parallelepidum gravitate præditum eſt, vires in nexum in loco D a gravitate partis AD, & reliquorum ponderum eidem junctorum, æquales ſint viribus in nexum a parte BD, reliquorumque ponderum huic junctorum, prout in vecte, ſi in F & E applicata eſſent pondera gravitatem partium AD & BD æquantia. Ut itaque univerſaliter, quæ hactenus de vecte,
dum

dum inſtar lineæ inflexilis & gravitatis expers concipitur, dicta ſunt quoad vires in nexum partium vectis, mediante quo corpora adverſus ſe mutuo agerent, eadem omnia vecti re ipſa in ſtatu phyſico, ſeu ſecundum trinam dimenſionem, & gravitatem accepto conveniant, ita, ut omnis effectus æquilibrii corporum, prout per aliud, cui ſunt conjuncta, adverſus ſe mutuo agunt, non niſi a viribus in nexum partium ejusdem dependeat, ea ratione, qua expoſuimus.

Fig. 10. Tab. I. §. 193. *SCHOLION. Quemadmodum igitur plura corpora invicem connexa, dum mediante alio corpore ex. gr. parallelepipedo, cui juncta ſunt, adverſus ſe agunt, non niſi per mutuam virium æqualitatem in nexum particularum in eo plano ad horizontem normali exiſtentium ſeſe in æquilibrio ſuſtinent, in quo plano ſi ipſum parallelepipedum, uti in D, ſuſtentetur, ſumma factorum ex ſingulis ponderibus in ſuam cujusque ab eodem plano diſtantiam ex una parte æqualis eſt ſummæ factorum ex ſingulis ponderibus in ſuam itidem cujusque abinde diſtantiam ex altera parte, dum nempe & ipſæ vires in dictum nexum ſunt ut hujusmodi ſummæ factorum &c., ita etiam (cum centrum gravitatis corporis in particulari ſit punctum in eodem*

eodem, circa quod, ſi corpus ſub quocunque ſitu ſimul in plano ad ſuperſiciem terræ perpendiculari per idem centrum tranſeunte ſuſtentetur, omnes partes corporis hinc & inde poſitæ in æquilibrio ſeu quiete conſiſtunt §. 23., hoc ipſum æquilibrium partium corporis non aliunde habetur, quam per vires in nexum particularum in quocunque tali plano exiſtentium, prout vires iſtæ dependenter ab omnibus reliquis particulis hinc & inde poſitis æquales ſunt, ut itaque determinatio hujus ipſius centri gravitatis peræque ab æqualitate virium in nexum particularum in quacunque ſectione corporis per idem centrum tranſeunte exiſtentium dependeat, ita, ut, in quocunque etiam ſuperficiei puncto corpus ſuſtentetur, ſi planum ad horizontem normale tranſiens per centrum gravitatis ſimul etiam per illud ipſum punctum tranſeat, (qualia plana tot concipi poſſunt, quotquot ſeſe poſſunt interſecare in linea centrum gravitatis corporis & datum ſuperficiei punctum jungente) omnes partes corporis per hujusmodi æqualitatem virium in nexum circa dictum punctum ſeſe mutuo ſuſtineant, ſeu, quod idem eſt, in æquilibrio conſiſtant, ut mox videbimus.

LEM-

dum inſtar lineæ inflexilis & gravitatis expers concipitur, dicta ſunt quoad vires in nexum partium vectis, mediante quo corpora adverſus ſe mutuo agerent, eadem omnia vecti re ipſa in ſtatu phyſico, ſeu ſecundum trinam dimenſionem, & gravitatem accepto conveniant, ita, ut omnis effectus æquilibrii corporum, prout per aliud, cui ſunt conjuncta, adverſus ſe mutuo agunt, non niſi a viribus in nexum partium ejusdem dependeat, ea ratione, qua expoſuimus.

Fig. 10. Tab. I. §. 193. *SCHOLION. Quemadmodum igitur plura corpora invicem connexa, dum mediante alio corpore ex. gr. parallelepipedo, cui juncta ſunt, adverſus ſe agunt, non niſi per mutuam virium æqualitatem in nexum particularum in eo plano ad horizontem normali exiſtentium ſeſe in æquilibrio ſuſtinent, in quo plano ſi ipſum parallelepipedum, uti in D, ſuſtentetur, ſumma factorum ex ſingulis ponderibus in ſuam cujusque ab eodem plano diſtantiam ex una parte æqualis eſt ſummæ factorum ex ſingulis ponderibus in ſuam itidem cujusque abinde diſtantiam ex altera parte, dum nempe & ipſæ vires in dictum nexum ſunt ut hujusmodi ſummæ factorum &c., ita etiam (cum centrum gravitatis corporis in particulari ſit punctum in*

eodem

eodem, circa quod, ſi corpus ſub quocunque ſitu ſimul in plano ad ſuperficiem terræ perpendiculari per idem centrum tranſeunte ſuſtentetur, omnes partes corporis hinc & inde poſitæ in æquilibrio ſeu quiete conſiſtunt ſ. 23., hoc ipſum æquilibrium partium corporis non aliunde habetur, quam per vires in nexum particularum in quocunque tali plano exiſtentium, prout vires iſtæ dependenter ab omnibus reliquis particulis hinc & inde poſitis æquales ſunt, ut itaque determinatio hujus ipſius centri gravitatis peræque ab æqualitate virium in nexum particularum in quacunque ſectione corporis per idem centrum tranſeunte exiſtentium dependeat, ita, ut, in quocunque etiam ſuperficiei puncto corpus ſuſtentetur, ſi planum ad horizontem normale tranſiens per centrum gravitatis ſimul etiam per illud ipſum punctum tranſeat, (qualia plana tot concipi poſſunt, quotquot ſeſe poſſunt interſecare in linea centrum gravitatis corporis & datum ſuperficiei punctum jungente) omnes partes corporis per hujusmodi æqualitatem virium in nexum circa dictum punctum ſeſe mutuo ſuſtineant, ſeu, quod idem eſt, in æquilibrio conſiſtant, ut mox videbimus.

LEM-

§. 194. LEMMA.

Si trianguli ABC latus AB per lineam ex C ductam biſſecetur in D, & ſimiliter AC in F per lineam BF, dum ſimul ambæ CD & BF ſeſe interſecant in o, erit C o ad CD ut 2. ad 3.

Fig. 44. Tab. IV. Demonstr. biſſecetur etiam tertium latus BC in E, ac idem inſuper producatur usque in G, donec ſit BG = EB, junganturque G & D per GD, item E & D per ED. Hic poſitis, cum BC etiam ſit biſſecta in E, erit BE: BC = BD: BA, ac per conſequens linea ED parallela lateri CA. Eucl. l. 6. p. 2.; ob ED autem & CA parallelas erit quoque ut BE ad BC ita E *n* ad CF, item BE : BC = ED : CA Eucl. l. 6. p. 4., adeoque, cum CA per hypoth. ſit biſſecta in F, erit pariter ED biſſecta in *n*; unde cum etiam EG ſit biſſecta in B per hypoth., erit porro EB: EG = E*n*: ED, ac proin GD ſimiliter parallela ipſi B *n*, uti etiam lineæ B*o*; ac denique ob GD & B *o* parallelas erit CB : CG = C*o* : CD, ſive, cum ob BG = EB ſit CB ad CG ut 2. : 3., ſimiliter erit C*o* : CD ut 2. : 3.

§. 195.

§. 195. Coroll. Eadem quoque de cauſa erit B *o* ad BF ut 2. : 3., uti non minus A *o* ad AE, ut proin omnes tres CD, BF & AE in uno eodemque puncto *o* ſeſe interſecarent.

§. 196. LEMMA.

Si fuerint CF ad CE, item AM ad AE ut 2. ad 3., erit, dum ex C& A lineæ ad M & F ductæ ſeſe interſecant in o, *Co ad CM ut 3. ad 4.* Fig. 45. Tab. IV.

Demonstr. Si ad AF ducatur M *n* parallalela ipſi EC, erit AM : AE = M *n* : EF, ſeu *n* M ad EF ut 2. ad 3., &, cum per hypoth. EF ſit ad FC ut 1. ad 2., ſive in priori valore ut 3. ad 6., erit jam *n* M ad FC ut 2. ad 6. Quare, cum duo triangula *n o* M, & F*o* C ob angulos ad verticem oppoſitos æquales Eucl. l. 1. p. 15., ac *n* M & FC per hypoth. parallelas ſint æquiangula Eucl. l. 1. p. 27., adeoque *n* M : FC = M*o* : C*o* Eucl. l. 6. p. 4., *n* M autem ſit ad FC ut 2. ad 6., vel ut 1. ad 3., erit quoque M*o*: C*o* = 1. : 3., ac proin C*o* ad CM ut 3 ad 4.

§. 197.

§. 197. Coroll. Cum eadem ſit ratio circa A *o* & AF, erit quoque A*o*: AF = 3. : 4.

§. 198. LEMMA.

Fig. 46. Tab. IV. *Si linea AC ſit per aliam BL biſſecta, illius extremitates A & C æqualiter diſtant a linea BL.*

Demonstr. Cum per hypoth. ſit AF = CF, diſtantiæ vero AB & CL ſint ad lineam BL normales, adeoque anguli ad B & L recti, ac hoc ipſo æquales, uti etiam AFB & CFL ad verticem oppoſiti æquales Eucl. l. 1. p. 15., erit quoque AB = CL Eucl. l. 1. p. 26., ſeu diſtantia extremitatis A a linea B L æqualis diſtantiæ extremitatis C ab eadem linea.

§. 199. THEOREMA.

Si trianguli ABC, quod jam grave ponitur, latera AB & AC per lineas CD & BF biſſecentur, omnes partes trianguli per æqualitatem virium in nexum circa o communi interſectionis puncto in æquilibrio erunt, ita

ut

ut diſtantia communis centri gravitatis omnium a quocunque trianguli vertice C vel B ſit ad ejusdem axin C D vel B F ut 2. ad 3.

Demonstr. Pars 1a. triangulum grave perinde ſe habet, ac ſi conſtaret ex meris lineis gravibus ex. gr. lateri AC parallelis & per reliqua duo latera BA & BC terminatis, ut proin, ſi ponatur latus AC per lineam BF biſſectum in F, eadem linea BF etiam per omnium reliquarum medium tranſeat, quatenus ſcilicet ſemper erit ut BA ex. gr. ad BD, ita AC ad DE, ac ſimiliter BA : BD = AF : D *n* Eucl. l. 6. p. 2., adeoque D *n* dimidia ipſius DE, dum per hypoth. AF eſt dimidia ipſius AC, uti & quævis alia ex. gr. I *m* dimidia totius IH, ita, ut ſimul etiam harum omnium extermitates æqualiter diſtent a linea BF §. 198.: ergo, ſi triangulum ſuſtentetur in linea BF, vires in nexum ibidem ab utraque parte ABF & CBF eodem modo ſe habebunt, prout a lineis lateri AC parallelis, ac invicem conjunctis, ex quibus triangulum conſtare concipitur: at vero, ſi lineæ AC pars AF ſuſtentetur in F, vires in nexum ibidem de- *Fig. 44. Tab. IV.*

T pen-

pendenter ab ejus gravitate ſunt ut ſumma factorum ex ſingulis ejusdem punctis in ſuam cujusque diſtantiam ab F, & ſimiliter vires in eundem nexum a parte CF, dum nempe & ipſa ſingula lineæ puncta ponuntur gravia §. 151., ac proin, cum per hypoth. ſit AF = CF, eoque ipſo ſumma factorum quoque ex una parte æqualis ſummæ factorum ex altera parte, ipſæ quoque vires in nexum ad F a partibus AF & CF æquales ſunt, ſive deinceps eædem partes circa lineam BF ſecundum directionem ipſius AC ad BF obliquam, ſive ſecundum directionem ad eandem BF normalem adverſus ſe mutuo agant, dum nempe etiam ambæ lineæ AC extremitates ab ipſa æqualiter diſtant §. 198., ita, ut ob eandem rationem ab omnium reliquarum quoque linearum, ex quibus lateri AC parallelis, ac invicem conjunctis triangulum ABC conſtare concipi poteſt, partibus hinc & inde poſitis vires in nexum per totam BF æquales forent: ergo etiam, ſi triangulum ABC ſuſtentetur in linea BF, vires in nexum ibidem a partibus trianguli ABF & CBF æquales erunt, ac per conſequens etiam, nempe ob paritatem rationis, ſi idem triangulum ſuſtentetur in linea CD,

CD, vel AE, vires in nexum per CD vel AE a partibus ACD & BCD, aut BAE & CAE æquales, nec minus etiam vires in nexum per PQ a partibus PCQ & APQB, ut §. ſequenti declarabitur; ut itaque, cum omnes hæ partes ſingulæ cum ſingulis circa AE, BF, CD, PQ per æqualitatem virium in nexum ibidem in æquilibrio conſiſterent, eædem quoque ſimul, ſeu ipſum totum triangulum, ſi in communi interſectionis puncto *o* §. 195. ſuſtententur, circa idem tanquam commune gravitatis centrum per illam ipſum virium æqualitatem in nexum, uti & quæcunque aliæ partes, in quas triangulum ducta per commune centrum *o* linea dividi poteſt, in æquilibrio conſiſtant.

Pars 2a. Quia porró C *o* ad CD, vel B *o* ad BF eſt ut 2. ad 3. §. 194., in *o* vero commune centrum gravitatis, erit quoque hujus a trianguli vertice C, vel B diſtantia C*o* aut B*o* ad axin CD vel BF, ut 2. ad 3.

§. 200. SCHOLION. Quod vero non tantum partes trianguli æquales, uti ex. gr. ſunt partes ACD, & BCD, circa gravitatis centrum o *viribus in nexum per CD* Fig. 44. Tab. IV.

æqualibus ſibi mutuo obnitantur, ſed etiam inæquales, uti per o *ducta PQ ad latus AB parallela ſunt partes PCQ, & APQB, quarum prima (dum eſt C*o *ad CD ut* 2. *ad* 3., *ac ſimiliter CP ad CA. Eucl. l.* 6. *p.* 4., *triangula autem ſimilia ſunt in ratione duplicata laterum Eucl. l.* 6. *p.* 19., *adeoque CPQ ad CAB ut* 4. *ad* 9. *) ad ſecundam ut* 4. *ad* 5., *id hac quoque methodo oſtendi poteſt.*

Fig. 47. Tab. IV. *Cum enim rurſus triangulum ABC perinde ſe habeat, ac ſi conſtaret ex meris lineis gravibus lateri AB parallelis, ac per reliqua duo latera AC & BC terminatis, itidem a parte PCQ vis in nexum per PQ erit ut ſumma factorum ex ſingulis lineis eandem partem conſtituentibus in ſuam cujusque a PQ diſtantiam, adeoque etiam (cum facta iſta ſint ut parallelogramma, quorum baſes ſunt hæ ipſæ lineæ, quæ a PQ verſus C continuo & uniformiter decreſcunt, altitudines vero, ut earundem linearum a PQ diſtantiæ, quæ viciſſim verſus C continuo creſcunt) ut pyramis, cujus baſis eſſet ipſum triangulum PCQ, altitudo æqualis diſtantiæ C*x, *& vertex normaliter ipſi C inſiſteret, quæ nempe pyramis eſſet ut ſumma hujusmodi factorum, vel parallelogrammorum, quippe quæ ipſa pyramis ex talibus parallelogrammis quoad altitudinem* con-

continuo creſcentibus, quoad latitudinem vero decreſcentibus compoſita poni poteſt.

Quæ eadem ratione a totius trianguli ABC parte APQB vires in nexum per PQ erunt ut prisma compoſitum ex meris parallelogrammis quoad latitudinem & altitudinem a PQ verſus AB continuo creſcentibus, ita, ut extremi parallelogrammi, quod nempe eſt ut factum ex linea AB in ejusdem a linea PQ diſtantiam x y, *altitudo ſit huic eidem diſtantiæ æqualis. Quare (cum priſma hoc, ſi ſecetur per P*v *ſectione ipſi Q B parallela, æquale ſit priſmati, cujus longitudo* P Q, *vel* v B, *baſis vero triangularis æqualis triangulo rectangulo, cujus ipſius altitudo & baſis eadem, nempe æqualis diſtantiæ* x y, *& pyramidi, cujus altitudo iterum æqualis* x y, *baſis vero quadrilatera ut parallelogrammum rectangulum, cujus unum latus ſimiliter* = x y, *alterum vero* = *A*v) *erunt etiam vires in nexum per* P Q *a parte trianguli AQPB, ut deſcriptæ primum priſmatis partes, ita, ut, ſi priſma hoc, ſeu ejus partes, vel quod idem eſt, ſumma factorum ex ſingulis lineis partem trianguli APQB conſtituentibus, & lateri AB parallelis in ſuam cujusque* a P Q *diſtantiam æqualis ſit ſummæ factorum ex ſingulis lineis trianguli partem PCQ ſimiliter conſtituentibus in ſuam itidem cujusque* Fig. 47. Tab. IV.

a PQ diſtantiam, ſive pyramidi, cujus baſis PCQ, altitudo vero æqualis Cx, *ſimiliter vires in nexum per PQ ab utraque trianguli parte PCQ & APQB æquales ſint. Quod autem inter illas detur æqualitas, ita ulterius declaratur.*

Fig. 47. Tab. IV. *Primo pyramis, cujus baſis PCQ, altitudo* Cx, *(ut hic ſupponere licet ex geometria de dimenſione ſolidorum) æqualis eſt tertiæ parti primatis, cujus baſis & altitudo eadem, priſma vero dimidia pars parallelepipedi, cujus altitudo rurſus eadem, baſis autem dupla (prout factum ex PQ in* Cx *duplum eſt trianguli PCQ Eucl. l.* 1. *p.* 41. *), adeoque dicta pyramis æqualis ſextæ parti parallelepipedi, cujus altitudo* Cx, *baſis vero* $Cx \times PQ$, *ſeu* $= \frac{1}{6} Cx \times Cx \times PQ = \frac{1}{6} (Cx)^2 \times PQ$.

Secundo vero, cum ſit $PQ : AB = CP : CA$ *Eucl. l.* 6. *p.* 4., *item* $Co : CD = CP : CA$ *Eucl. l.* 6. *p.* 2., *nec non* $Co : CD = Cx : Cy$, *Co ad CD vero ſit ut* 2. *ad* 3. *ſ.* 194., *erit quoque PQ vel* v *B ad AB, nec non* Cx *ad* Cy *ut* 2. *ad* 3., *adeoque* $xy = \frac{1}{2} Cx$, & $Av = \frac{1}{2} PQ$, *ac per conſequens cum pyramis, cujus baſis quadrilatera rectangularis, itidem æqualis ſit tertiæ parti parallelepipedi, cujus baſis & altitudo eadem, erit quoque*

pyra-

Eadem æquilibrii cauſa a ſtatu pyramis (*cujus altitudo* xy, *baſis vero quadrilateræ unum latus pariter* $= xy$, *alterum* $= Av$) *æqualis* $\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}Cx \times \frac{1}{2}Cx \times \frac{1}{2}PQ\right) = \frac{1}{24}(Cx)^2 \times PQ$, *nempe tertiæ parti parallelepipedi, cujus altitudo ſimiliter* xy *ſeu* $\frac{1}{2}Cx$, *baſis vero quadrilateræ rectangularis latera* $\frac{1}{2}Cx$ & Av *ſeu* $\frac{1}{2}PQ$. & *cum porro priſma æquale ſit dimidiæ parti parallelepipedi, cujus altitudo eadem, baſis vero dupla, erit etiam priſma, cujus baſis triangularis rectangulæ utrumque Crus* $= xy$, *longitudo autem* $= PQ$, *æquale dimidiæ parte parallelepipedi* (*cujus longitudo eadem, baſis vero dupla, ſeu æqualis* $(xy)^2$ *ſive* $\frac{1}{4}(Cx)^2$, *adeoque æquale* $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}(Cx)^2 \times PQ\right) = \frac{1}{8}(Cx)^2 \times PQ$, *ut adeo, dum* $\frac{1}{24}(Cx)^2 \times PQ$ & $\frac{1}{8}(Cx)^2 \times PQ$ *ſimul ſunt* $\frac{1}{6}(Cx)^2 \times PQ$ *ſumma factorum ex ſingulis lineis ipſi AB parallelis* & *trianguli ACB partem APQB conſtituentibus in cujusque a* PQ *diſtantiam æqualis ſit ſummæ factorum ex ſingulis lineis partem PCQ efficientibus in ſuam ſimiliter a* PQ *diſtantiam, ita ut tam una quam altera ſit ut* $\frac{1}{6}(Cx)^2 \times PQ$, *ac proin* & *ipſæ vires in nexum per* PQ *æquales.*

§. 201. THEOREMA.

Fig. 48. Tab. IV. *Diſtantia centri gravitatis in Pyramide ab ejus vertice C eſt ad ejusdem axin Cm ut 3. ad 4., ita ut ſimiliter omnes partes pyramidis in quocunque plano per centrum gravitatis tranſeunte conjunctæ per æqualitatem virium in nexum ibidem in æquilibrio forent, quemadmodum omnes partes trianguli in quacunque linea per centrum gravitatis ejusdem ducta.*

Demonstr. 1a. pars. Cum pyramis etiam concipi poſſit conſtare ex triangulis ex. gr. baſi ABD parallelis, & ab eadem baſi verſus verticem C continuo decreſcentibus, centrum vero gravitatis ipſius baſis ABD, ſi ejus latus BD ſit biſſectum in E, uti & ipſamet baſis per lineam AE, ſit in linea AE, nec non in *m*, ſi fuerit A*m* ad AE ut 2 ad 3 §. 199., erunt quoque omnium reliquorum triangulorum baſi ABD parallelorum, ipſamque pyramidem conſtituentium centra gravitatis in plano ACE, uti etiam in linea ex vertice C ad *m* ducta, ac per conſequens centrum gravitatis ipſius pyramidis in linea

nea C*m*. Ob eandem rationem, cum rurſus concipi poſſit pyramidem conſtare ex triangulis ejusdem ſuperficiei triangulari BCD (quæ, cum ejus latus BD jam ſit biſſectum in E, ſimiliter per lineam CE eſt biſſecta) parallelis, & verſus A continuo decreſcentibus, itidem horum omnium centra gravitatis (dum ipſius ſuperficiei triangularis BCD centrum gravitatis eſt in linea CE, uti etiam in F, ſi fuerit C F ad CE ut 2 ad 3) erunt in eodem ut prius plano ACE, nec minus in linea ex A ad F ducta, adeoque & centrum gravitatis ipſius pyramidis in eadem linea AF. Quare, cum lineæ C*m* & A F ſimul ſint in eodem plano ACE, erit hoc ipſo in *o*, ubi ſeſe interſecant, commune centrum gravitatis totius pyramidis; ita, ut, cum ſit CF ad CE, item A *m* ad AE (dum in F & *m* ſunt centra gravitatis ſuperficiei pyramidis BCD, & baſis ABD) ut 2. ad 3. §. 194., C*o* vero ad C*m* ut 3. ad 4. §. 196., diſtantia centri gravitatis pyramidis ab ejus vertice C ſit ad ejusdem axin C*m* ut 3. ad 4.

Pars. 2a. Cum porro etiam quælibet baſis triangularis ABD partes linea per centrum gravitatis *m* ducta

determinatæ æqualibus utrinque viribus in nexum per eandem lineam, & hoc mediante adverſus ſe mutuo agant, ſi nempe in ea ſuſtententur, eoque ipſo omnes partes vel particulæ trianguli per hujusmodi æqualitatem virium in nexum circa centrum gravitatis in eodem ſuſtentatæ ſeſe in æquilibrio conſervent §. 200., ſimiliter, quemadmodum ex. gr. duæ pyramidis partes ADEC & ABEC in plano ACE per centrum gravitatis *o* tranſeunte, ſi nempe in eodem ſuſtententur, æqualibus in nexum ibidem viribus agerent, ſic etiam, in quascunque alias partes pyramis per quodvis aliud planum itidem per centrum gravitatis tranſiens diviſa concipiatur, eædem in nexum particularum in illo ipſo plano exiſtentium, ſi in eo ſuſtineantur, æquales utrinque vires exercebunt, ut adeo per hanc ipſam virium æqualitatem circa commune centrum gravitatis omnes partes vel particulæ pyramidis in æquilibrio circa idem conſiſtant, nempe non ſecus, ac omnes partes trianguli circa ſuum gravitatis centrum.

§. 202. Coroll. *Cum ſive corpora ſibi mutuo per ſuam gravitatem obnitendo adver-*

verſus ſeſe agant circa punctum, vel circa lineam, aut circa planum, eadem ſemper in æquilibrio conſiſtant, ſi ex una parte ſumma factorum ex ſingulis ponderibus in ſuam cujusque a dato puncto, linea, aut plano diſtantiam æqualis ſit ſummæ factorum ex ſingulis ponderibus in ſuam cujusque diſtantiam ab eodem puncto &c. ex altera parte, eadem vero corpora adverſus ſeſe non agant, niſi per mutuum partium nexum, ita, ut vires in nexum circa datum punctum, vel lineam aut planum ſint ut ipſæ deſcriptæ factorum ſummæ, Patet jam univerſaliter, centrum gravitatis corporum ſingularium per aliud non haberi, niſi, quod, ſi corpus in ſuo gravitatis centro ſuſtentetur, circa quodvis planum ad horizontem normale, & per ipſum centrum gravitatis tranſiens particulæ corporis hinc & inde poſitæ æqualibus in nexum per idem planum viribus agant, eo nimirum modo prout hactenus deſcripſimus, eoque ipſo circa centrum gravitatis æquilibrium conſervent.

Ut proin, licet, qui centrum gravitatis diverſorum ſingularium corporum regularium determinarunt, declarato hactenus principio de viribus

in

in nexum corporum nixi non fuerint, id ipſum tamen gravitatis centrum vera omnino ratione ſtatuerint, nempe ut jam §. 167. innuimus, ſaltem ex ipſa æquilibrii corporum ſolidorum proprietate, qua, ſi pondera, eorumque diſtantiæ a loco, in quo ſuſtentantur, reciprocent, eadem circa hunc in æquilibrio conſiſtunt; per quam nempe reciprocationem dum & facta ex quovis pondere in ſuam diſtantiam hinc & inde æqualia ſunt § 11., ita, ut eo ipſo momenta ponderum ſub ea reciprocatione ſibi mutuo circa datum locum obnitentium hujusmodi factis æqualia, vel ſaltem proportionalia eſſe cenſuerint, utique centrum gravitatis corporis eo in loco rite ſtatuerunt, circa quem particulæ corporis ita conſiſtunt, ut ſumma factorum ex ſingulis particulis unius partis in ſuam cujusque diſtantiam a quocunque ſectionis plano, quo per datum punctum corporis tranſeunte idem corpus in duas partes diviſum concipitur, æqualis ſit ſummæ factorum ex ſingulis particulis alteram partem corporis conſtituentibus in cujusque ſimiliter ab eodem plano diſtantiam; prout

nimi-

nimirum eas factorum ſummas juxta declaratum hactenus genuinum æquilibrii corporum ſolidorum principium æquales eſſe neceſſe eſt.

O. A. M. D. G.

ERRATA.

Errata		*Corrig.*
In Epiſtola dedicatoria		
Pag. 8. lin. 1. *Legaorum*	lege	*Legatorum*
ibid. lin. 5. *placitæ*		*Placita*
ibid. lin. ult. *Amatiſſime*	lege	*Amantiſſime*

In Præfatione.

Pag. 2. lin. penult. implicitos	*lege*	implexos

Pag. 4. *lin.* 3.	Mehanica		Mechanica
5.	8. Gaſcendus		Gaſſendus
ibidem	18. Canditatis		Canditatis
6.	16. phiſicorum		phyſicorum
12.	6. Bibliopolæ		Bibliopola

In ipſo Opuſculo.

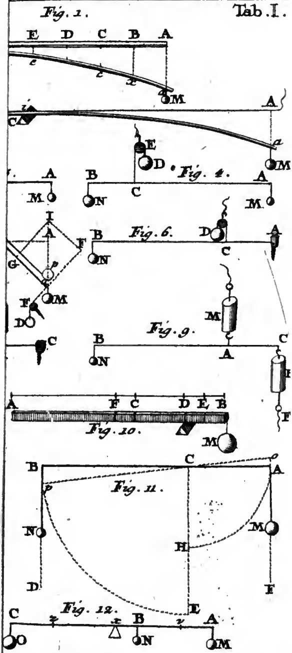
Pag. 5. lin.	29. *regnlæ*	lege	*regulæ*
ibid.	30. *relinguitur*		*relinquitur*
pag. 8.	5. propingue		propinque
13.	19. *apperſorum*		*appenſorum*
14.	20. hypomochlion		hypomochlio
15.	30. rrochleam		trochleam
49.	13. Taquet		Tacquet
50.	2. attactur		attactu
51.	15. M ad		M, ad
54.	17. ſiſtema		ſyſtema
55.	3. creſce- ſcere		creſce- re
57.	16. aufferatur		auferatur
61.	8. nequidem		ne quidem
63.	15. celerita- ritates		celerita- tes
68.	8. appllcatum		applicatum
71.	24. ſiſtema		ſyſtema
72.	29. æqui- brio		æqui- librio
79.	14. Obferv.		Obſerv.
ibid.	24. ſiſtemata		ſyſtemata

Pag. 85. lin.	13.	patticularum lege	particularum
99.	4.	PROBLMMA	PROBLEMA
100.	2.	$=Px$	$=P\times x$
ibid.	4.	$=Px$	$=P\times x$
ibid.	5.	P — o &c. $=$ x	P — o&c. $=x$
101.	5.	principorum	principiorum
105.	8.	age — geret	age — ret
108.	4.	*parvi*	*paravi*
120.	3.	*ſecundus*	*ſecundum*
127.	15.	*ub*	*ab*
147.	4.	*immobili*	*immobili*
148.	1.	*five*	*ſive*
ibidem	9.	nimirum nimirum	nimirum
ibid.	28.	*nimtrum*	*nimirum.*
157. lin. penult.		B]	B
160.	13.	*urgcri*	*urgeri*
189.	17.	*ſnmmæ*	*ſummæ*
191.	10.	*bracbium*	*brachium*
201.	21.	*hyomochlion*	*hypomochlion*
205.	20.	iu	in
226.	4.	ſubſt tui	ſubſtitui
ibid.	15.	geometricæ	geometrice
227.	27.	pondcra	pondera
231.	4.	*ſiguræ*	*figuræ*
240.	26.	omlbus	omnibus
241.	6.	cre- ſunt	cre- ſcunt
ibid.	11.	creſunt	creſcunt.
245. lin. 24. in marg.		*Fiig.* 40.	*Fig.* 40.

247.	lin. penult.	exgr.	ex. gr.
250.	1.	hyqoth.	hypoth.
251.	7.	terminus	terminus
255.	20.	iu	in
261.	8.	trabelulam	trabeculam
265.	12.	*fimiter*	*firmiter*
271.	20.	min-utiſſiimo	min-utiſſimo
286.	11.	Hic poſitis	His poſitis
289.	20.	extermitates	extremitates
291.	15.	ipſum	ipſam
294.	10.	*primatis*	*prismati*[illegible]
295.	14.	parte	parti

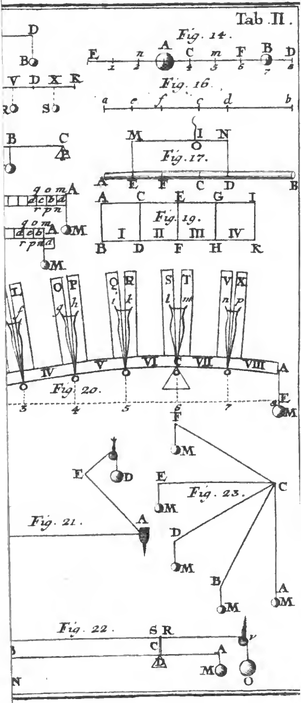
Typis, Mariæ Annæ Schleigin, Typogr. Acad. Vid.
Per Joannem Leopoldum Kamenitzky, p. t. Factorem.

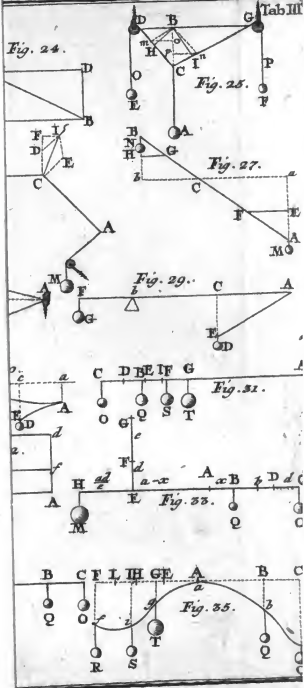
Tab. I.

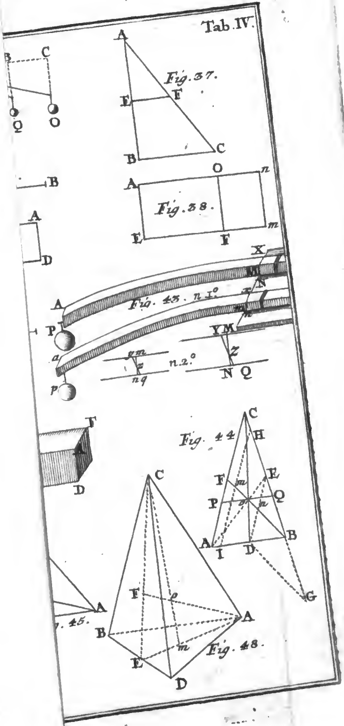


Ios. Ant. Schmidt Cath. Sc. Aug. Vind.

Digitized by Google


Tab. II.
Fig. 14.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 19.
Fig 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.


Tab III
Fig. 24.
Fig. 25.
Fig. 27.
Fig. 29.
Fig. 31.
Fig. 33.
Fig. 35.



Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google